



REVISTA DE INVESTIGACIÓN - VOL. 17 - ENERO - FEBRERO 2020 ISSN 24489131

# INCAING

INVESTIGACIÓN Y CIENCIA APLICADA A LA INGENIERÍA



# FLOR DE CAZAHUATE

*Ipomoea Arborescens*

# INCAING

INVESTIGACIÓN Y CIENCIA APLICADA A LA INGENIERÍA

## DIRECTORIO

### Dr. Enrique Fernández Fassnacht

Director General Tecnológico Nacional de México

### MC. Manuel Chávez Sáenz

Director de Institutos Tecnológicos Descentralizados

### Dr. Melitón Lozano Pérez

Secretario de Educación del Gobierno del Estado de Puebla

### Mtra. América Rosas Tapia

Subsecretaria de Educación Superior del Estado de Puebla

### M.V.Z. Augusto Marcos Hernández Merino

Director General del Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan

## CONSEJO EDITORIAL

### Ing. Félix Salvador López

Subdirector Académico

### Ing. Socorro Ginez Trejo

Subdirectora de Planeación y Vinculación

### L.C. Yazmín Monge Olivarez

Jefa del Depto. de Servicios Administrativos

### Mtro. Manuel Aguilar Cisneros

Jefe de División de Ingeniería Industrial

### Ing. Víctor Cesar Olgún

Jefe de División de Ingeniería en Sistemas Computacionales

### Mtra. Gabriela Selene Martínez Ruiz

Jefa de División de Ingeniería en Administración

### Ing. René Valerio López

Jefe de División de Ingeniería Electromecánica

### Directora Responsable

Ing. Socorro Maceda Dolores

### Consejero de Edición

Mtro. Luis Antonio Pereda Jiménez

### Consejera de Dirección Estratégica

IBQ. Sandra Melina Rodríguez Valdez

### Consejero de investigación

Mtro. José Antonio Morales Flores

### Consejero de Diseño web

MTI. José Arturo Bustamante Lazcano

### Consejera de Diseño y Marketing

Ing. María Abihail Cabanzo González

### Consejera Financiera

CPA. María Margarita Guadalupe Cabrera Romero

### Consejero de gestión administrativa

IBQ. Edmundo Blanco Peña

LQC. Cipriano de los Santos Salvador

### Consejero de revisión y arbitraje

MTI. Cristian Palma Sifuentes

L.A.I. Raúl Alberto Diego Maldonado

### Consejera del comité editorial

CPA. María Cristina Luna Campos

### Jurídico

Lic. Pedro Molotl Temaxte

### Fotografía, promoción y difusión

Brigada Ambiental de San José Tilapa

Líder Sr. Benito Olaya

## COLABORADORES ESPECIALES

Árbitros Externos Nacionales e Internacionales

### Ingeniería

Dr. C. Julio C. González Cruz

Mtra. Lucila Juárez Mendoza

Mtro. Luis Felipe Sexto Cabrera

Mtro. Octavio Raúl Loza Rodríguez

Mtro. Julio Alberto Perea Sandoval

Dra. Edilma Sandoval Mujica

### Desarrollo Sustentable

Dr. C. Alexander Chile Bocourt.

Dr. C. Viviana María Somoano Núñez

### Educación

Dr. C. Miguel Enrique Charbonet Martell

Dr. C. Josbel Gómez Torres

Dr. C. Luis Ugalde Crespo

Dr. Fausto Morfín Herrera

Mtra. Lourdes Gloria Centeno Llanos

Mtro. Gerardo Sánchez Luna

### Ciencias Básicas

Dr. Jesús Fernando Tenorio Arvide

Dr. Franco Barragán Mendoza

INCAING, No. 17; enero-febrero 2020 es una publicación bimestral editada por el Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan, Puebla. Rafael Ávila Camacho Oriente 3509 Col. Barrio La Fátima, C.P. 75790, Ajalpan, Puebla, México. Tel. 012363812161 www.itsna.edu.mx, revistaitssna@gmail.com. Editor Responsable: Socorro Maceda Dolores; Reservas de Derechos al uso exclusivo 04-2017-061318413100-102, 04-2017-060913275700-203 vía red de computo, ISSN 2448 9131, otorgado por el Instituto Nacional de Derecho de Autor. Impresa por Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan.

Este número se terminó de imprimir el 20 de marzo de 2020 con un tiraje de 100 ejemplares. Las opiniones expresadas por los autores no necesariamente reflejan la postura del instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan. Queda estrictamente prohibida la reproducción total o parcial de los contenidos e imágenes de la publicación sin previa autorización del Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajalpan.

## Mensaje Editorial

Es un propósito grupal para este año, contar con la participación de nuevos colaboradores, nuevos autores y la generación de líneas de investigación que permiten la apertura de proyectos encaminados a la solución del entorno y aspectos que atienden la investigación educativa; sin duda, la colaboración de todas las personas que participan interna y externamente es fruto de soluciones para la gestión, desde la perspectiva de la educación superior; además, de los ámbitos de estudio, aplicación y generación del conocimiento.

El comité editorial tiene la certeza de contar con tu apoyo en todo momento, a los colaboradores, amigos y compañeros les pedimos que no desistan en la gestión, a los estudiantes, se les pide que pongan el empeño necesario para ser participes de los proyectos, la educación de nuestro país requiere personas con un alto compromiso y valor, para resolver problemáticas de la región que estén estructurados en forma científica, con la idea de dejar constancia que la misma tiene un enfoque de cumplimiento; Ajalpan y su región requieren el apoyo científico desde una perspectiva al desarrollo, para eso, tenemos que buscar opciones, problemas e investigar sin cansancio, involucrar y desarrollar en todo momento, es prioridad; a los autores les damos las gracias, porque sus enfoques, sus resultados nos permiten tener una visión desde la educación para fortalecer más lo que se ha construido en favor de la educación misma, del desarrollo local, del desarrollo regional y del desarrollo nacional, porque el aporte aunque es un grano de arena, implica mucho esfuerzo, ánimo y creatividad.

COMITÉ EDITORIAL

# INCAING

INVESTIGACIÓN Y CIENCIA APLICADA A LA INGENIERÍA

## ÍNDICE

### ***APLICACIONES DEL ÁLGEBRA LINEAL EN ECONOMÍA: MOVIMIENTOS MIGRATORIOS .....3***

Jesús F. Tenorio y M. Monserrat Zapata Gordillo..... 3

*Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Huajuapán de León, Oaxaca; México*

### ***SISTEMA DE ACCIONES CON ENFOQUE PARTICIPATIVO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE INNOVACIÓN AGROPECUARIA LOCAL EN SAN CRISTÓBAL.....16***

Angélica María Reinoso Rivera, Ing., Alexander Chile Bocourt, Dr. C., María Elena Reyes Cabrera, Juana Puebla Pineda, M Sc.

### ***LA IMPORTANCIA DEL ANÁLISIS DE SATISFACCIÓN DEL CLIENTE .....29***

MTI. José Arturo Bustamante Lazcano, Mtro. José Antonio Morales Flores, MTI. Cristian Alonso Palma Sifuentes

TecNM/I.T.S. de la Sierra Negra de Ajalpan

### ***FORMACIÓN CULTURAL Y EDUCACIÓN ESTÉTICA. UNA APROXIMACIÓN A SU LUGAR EN LA FORMACIÓN DEL PROFESIONAL DE LA EDUCACIÓN .....33***

Martha Onelia Hoyos García, Michael Martínez Acosta, María de los Ángeles Socarras Socarras y Esperanza Socarras Socarras

*Facultad de Ingeniería y Ciencias Empresariales, Universidad de Artemisa, Cuba*

### ***MÉTODO DE CASOS CON ENFOQUE DIDACTICO PARA LA FORMACIÓN CÍVICA Y ÉTICA .37***

Maricruz Arizmendi Rosales, Graciela Juárez Martínez, Abril Monserrat Meza Vásquez

*Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla, Campus Tehuacán*

### ***TIKIXMATI TLAJKUILOLIS, ALFABETIZANDO A LAS MADRES INDÍGENAS DE LA COMUNIDAD DE MEXCALTOCHINTLA .....43***

Blanca Estela Escobedo Romero. Julio Cesar Escobedo Romero

Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla Campus

### ***APLICACIÓN DE LA ZEOLITA EN LA PRODUCCIÓN DE COMPOST PARA EL CULTIVO DEL PLATANO .....55***

José Fidel Painceira Barrera<sup>1</sup>, Miguel Soca Núñez<sup>1</sup> y Pedro Randy Rodríguez Rivera

*Departamento de Suelos-Ministerio de Agricultura - MINAG, Habana Cuba, Universidad de Artemisa-Universidad de Ciencias Informática.*

# APLICACIONES DEL ÁLGEBRA LINEAL EN ECONOMÍA: MOVIMIENTOS MIGRATORIOS

Jesús F. Tenorio y M. Monserrat Zapata Gordillo

*Instituto de Física y Matemáticas, Universidad Tecnológica de la Mixteca  
Huajuapán de León, Oaxaca; México*  
[jtenorio@mixteco.utm.mx](mailto:jtenorio@mixteco.utm.mx)

[monserrat.zapata19@gmail.com](mailto:monserrat.zapata19@gmail.com)

## **Resumen.**

*En este trabajo exponemos de manera introductoria el modelado matemático de algunos fenómenos demográficos, mediante los procesos de Markov. Hacemos un desarrollo detallado, con ejemplos claros y sencillos, de los hechos del álgebra lineal requeridos para la formalización del modelo markoviano, el cual lo aplicamos a los problemas de movimientos migratorios: generacional y laboral. Exponemos la explicación de los pasos que conforman un proceso de Markov, destacando el uso y la interpretación de las potencias finitas o infinitas de matrices transición.*

**Palabras clave.** *Diagonalización de matrices, límite de matrices, matriz de transición, procesos de Markov, vector de estado, migración.*

APPLICATIONS OF LINEAR ALGEBRA IN ECONOMICS: MIGRATORY MOVEMENTS

## **Abstract.**

*In this paper we expose in an introductory way the mathematical modeling of some demographic phenomena through Markov processes. We do a detailed development, with clear and easy examples, of the facts of linear algebra required for the formalization of the markovian model, which we apply to problems of migratory movements: generational and labor. We present the explanation of the steps that make up a Markov process, highlighting the use and interpretation of the finite or infinite powers of transition matrices.*

**Keywords:** *Markov process, Matrix diagonalization, matrix limits, state vector, transition matrix, migration.*

## I. INTRODUCCIÓN

La movilidad de personas es un fenómeno demográfico que puede modelarse de manera dinámica con un tipo especial de procesos estocásticos discretos, a saber, los procesos de Markov. Esta herramienta de la teoría de la probabilidad se caracteriza por una sucesión finita de periodos en la cual la variable aleatoria involucrada responde a la *propiedad markoviana* [3, pág. 212]. Dicha propiedad determina la probabilidad de cambio de un estado a otro a partir de la posición actual que ocupa el proceso estocástico discreto sin tomar en cuenta las posiciones anteriores [5, pág. 291].

El planteamiento de fenómenos a través de los procesos de Markov se basa en dos supuestos: a) la *homogeneidad temporal*, que supone que los cambios dentro del proceso estocástico se describen con probabilidades constantes a través del tiempo; b) la *homogeneidad poblacional*, la cual hace referencia a que, dentro del proceso estocástico, los individuos modelados comparten las mismas preferencias en la elección de los estados posibles [7, pág. 277].

La representación matemática de un modelo de Markov es mediante matrices de transición y vectores de estado. Otras herramientas del álgebra lineal para la descripción completa de un problema que se modele con procesos de Markov conciernen a la diagonalización de matrices y a la teoría básica de convergencia de sucesiones de matrices no negativas. El lector interesado en un estudio completo sobre estos temas puede consultar la Sección 5.3 de [5].

En el presente trabajo mostramos una aplicación de la matemática en temas de las ciencias sociales, enfocándonos en una exposición detallada de las nociones del álgebra lineal, de los procesos de Markov y de las aplicaciones en problemas de movimientos migratorios. El artículo está dividido en cuatro secciones. En la Sección II recordamos los conceptos y resultados del álgebra lineal que se emplean en todo el escrito. Enfatizamos en la exposición del límite de una sucesión de matrices, tanto con ejemplos claros y sencillos, como con las

demostraciones de ciertos teoremas básicos. En la Sección III analizamos los conceptos de matrices de transición y de vectores de estado, con lo que damos pauta para presentar la noción general del modelo de Markov. Además, hacemos una descripción detallada del significado e interpretación de las potencias de una matriz de transición en los procesos de Markov. Finalmente, en la Sección IV presentamos dos ejemplos de problemas migratorios que son interpretados y resueltos mediante procesos de Markov. Específicamente, revisamos los casos de movimiento generacional y de movimiento laboral.

Es importante mencionar que en el presente artículo encontramos una continuación a lo realizado por los autores en [12]. Recomendamos a los interesados la lectura completa de estos dos textos, pues resultan ser complementarios uno del otro.

## II. CONCEPTOS DEL ÁLGEBRA LINEAL

Comenzamos recordando algunos conceptos y resultados del álgebra lineal que permiten entender la herramienta utilizada en las aplicaciones que nos hemos propuesto analizar. El trabajo que realizamos en el presente artículo utiliza y a la vez complementa lo que hemos presentado en el artículo [12]. Recomendamos al lector ese trabajo donde encontrará gran parte de las definiciones y notaciones básicas referentes al álgebra lineal que empleamos aquí, aunque, para comodidad del lector, incluimos nuevamente algunas nociones que son fundamentales para la comprensión del presente escrito.

Consideramos la notación usual de  $\mathbb{R}$  y de  $\mathbb{N}$  para indicar el conjunto de los números reales y el conjunto de los números naturales, respectivamente. Por lo regular, las matrices las denotamos con letras mayúsculas de nuestro alfabeto.

Dados  $m, n \in \mathbb{N}$  fijos, denotamos por  $M_{m \times n}(\mathbb{R})$  el conjunto de todas las matrices reales de tamaño  $m \times n$ . Cuando  $m = n$ , el conjunto  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$  consiste de todas las matrices cuadradas de tamaño  $n \times n$ .

Requerimos tener en cuenta alguna herramienta de las matrices, necesaria para el desarrollo del presente trabajo. Recordemos que si  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ , se define la *transpuesta* de  $A$  como la matriz  $A^t$  de tamaño  $n \times m$ , tal que para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  y  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ , la componente  $ij$  de  $A^t$  es la componente  $ji$  de  $A$ . En símbolos,  $(A^t)_{ij} = A_{ji}$ , para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  y  $j \in \{1, 2, \dots, m\}$ . Denotamos por  $I_n$  la matriz identidad de tamaño  $n \times n$ , o simplemente por  $I$  cuando no haya confusión en indicar su tamaño. Para una demostración del siguiente resultado se pueden consultar [1, pág. 50] y [4, pág. 33].

PROPOSICIÓN 2.1. Sean  $A, B, C \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Se cumple lo siguiente:

- a)  $AI_n = A = (I_n)A$ .
- b)  $A(BC) = (AB)C$ .

En vista de la parte (a) de la Proposición 2.1, se tiene que la matriz  $I_n$  es el elemento identidad del conjunto  $M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . A su vez, la parte (b) de la Proposición 2.1, que es la asociatividad del producto de matrices, garantiza la posibilidad de multiplicar un número finito cualquiera de matrices de tamaño  $n \times n$ . De manera particular, si  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  y  $m \in \mathbb{N}$ , entonces podemos considerar la matriz  $A^m$ , que se define como el producto de la matriz  $A$  consigo misma  $m$  veces. A  $A^m$  se le llama *potencia  $m$ -ésima* de  $A$  o simplemente *potencia  $m$*  de  $A$ . Es importante indicar que la potencia cero de una matriz  $A$  se define como la matriz identidad del mismo tamaño que la matriz  $A$ . En símbolos, si  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ , entonces  $A^0 = I_n$ .

Un tipo particular de matrices cuadradas son las matrices diagonales. Se dice que una matriz  $D \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  es *diagonal* si para cada  $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}$ , la entrada  $D_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ . Dado que lo importante de una matriz diagonal  $D$  son las componentes en su diagonal principal, denotamos  $D$  como  $D = \text{diag}(D_{11}, D_{22}, \dots, D_{nn})$ . El siguiente resultado indica que la potencia  $m$  de una matriz diagonal se calcula simplemente elevando a la potencia  $m$  las componentes en su diagonal principal. La demostración de este hecho es sencilla y no la incluimos.

PROPOSICIÓN 2.2. Sean  $D \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  una matriz diagonal y  $m \in \mathbb{N}$  cualquiera. Si  $D = \text{diag}(D_{11}, D_{22}, \dots, D_{nn})$ , entonces  $D^m = \text{diag}(D_{11}^m, D_{22}^m, \dots, D_{nn}^m)$ .

Ahora recordamos otro tipo de matrices. Se dice que una matriz  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  es *invertible* si existe una matriz  $B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  tal que  $AB = BA = I_n$ . En [1, pág. 55] se demuestra que cuando  $A$  es invertible, entonces la matriz  $B$  que cumple  $AB = BA = I_n$  es única. La matriz  $B$  se llama *inversa* de  $A$  y se denota por  $B = A^{-1}$ . Esto es, si  $A$  es invertible, entonces se cumple que  $AA^{-1} = A^{-1}A = I_n$ . La siguiente proposición no es difícil de demostrar, dado que es una consecuencia directa de lo explicado anteriormente.

PROPOSICIÓN 2.3. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Si  $A$  es invertible, entonces la inversa de  $A$ ,  $A^{-1}$ , también es invertible. De hecho,  $(A^{-1})^{-1} = A$ .

Para los fines de nuestro trabajo necesitamos el siguiente concepto. Dadas dos matrices cuadradas  $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ , se dice que  $A$  es *semejante* o *equivalente* a  $B$  si existe una matriz invertible  $C \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  tal que  $B = C^{-1}AC$ . La relación “semejante a” de matrices satisface la propiedad de simetría, como lo vemos a continuación.

PROPOSICIÓN 2.4. Sean  $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Si  $A$  es semejante a  $B$ , entonces  $B$  es semejante a  $A$ .

*Demostración.* Supongamos que  $A$  es semejante a  $B$ . Luego, existe una matriz invertible, digamos  $Q$ , tal que  $B = Q^{-1}AQ$ . Multiplicando a ambos lados por  $Q$  obtenemos que  $QB = Q(Q^{-1}AQ)$ . Así, en vista de la parte (b) de la Proposición 2.1 y de la definición de matriz invertible, tenemos que  $QB = AQ$ . Ahora, multiplicando por  $Q^{-1}$  a ambos lados de la igualdad y nuevamente aplicando la parte (b) de la Proposición 2.1, concluimos que  $A = Q^{-1}BQ$ . Definiendo  $C = Q^{-1}$ , vemos, por la Proposición 2.3, que  $C$  es invertible. Además,  $A = C^{-1}BC$ . Por lo tanto,  $B$  es semejante a  $A$ . ■

Con lo demostrado en la Proposición 2.4, si  $A$  es semejante a  $B$  (o  $B$  es semejante a  $A$ ) podemos decir simplemente que  $A$  y  $B$  son semejantes.

PROPOSICIÓN 2.5. Sean  $A, B, C \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  tales que  $C$  es invertible y  $A = C^{-1}BC$ . Se cumple que para cualquier  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A^m = C^{-1}B^mC$ .

*Demostración.* Sea  $m \in \mathbb{N}$  cualquiera. Puesto que  $A = C^{-1}BC$ , entonces  $A^m = (C^{-1}BC)^m$ . Esto es:

$$A^m = \underbrace{(C^{-1}BC)(C^{-1}BC) \cdots (C^{-1}BC)}_{m \text{ veces}}$$

De donde, por la parte (b) de la Proposición 2.1, se tiene que:

$$A^m = C^{-1}B(CC^{-1})B(CC^{-1})B \cdots (CC^{-1})BC.$$

Así, puesto que  $CC^{-1} = I_n$ , concluimos por la parte (a) de la Proposición 2.1 que  $A^m = C^{-1}B^mC$ . ■

COROLARIO 2.6. Sean  $A, B \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Si  $A$  y  $B$  son semejantes, entonces para cualquier  $m \in \mathbb{N}$  se tiene que  $A^m$  y  $B^m$  son semejantes.

*Demostración.* Sea  $m \in \mathbb{N}$  cualquiera. Por hipótesis, existe una matriz invertible  $C$  tal que  $A = C^{-1}BC$ . Luego, por la Proposición 2.5 obtenemos que  $A^m = C^{-1}B^mC$ . Por lo tanto,  $A^m$  y  $B^m$  son semejantes. ■

El concepto de semejanza de matrices es útil para definir otras nociones del álgebra lineal como es el siguiente.

DEFINICIÓN 2.7. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Se dice que  $A$  es *diagonalizable* si existe una matriz diagonal  $D$  tal que  $A$  es semejante a  $D$ .

Notemos que la Definición 2.7 dice que  $A$  es diagonalizable si y sólo si existe una matriz diagonal  $D$  y una matriz invertible  $Q$  tales que  $D = Q^{-1}AQ$  (o, equivalentemente,  $A = QDQ^{-1}$ ). En el Teorema 2.8, que enunciamos a continuación, encontramos una caracterización de la noción de matriz diagonalizable. Los conceptos involucrados en su enunciado, así como una demostración se pueden consultar en [6, pág. 580].

TEOREMA 2.8. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Se tiene que  $A$  es diagonalizable si y sólo si  $A$  posee  $n$  vectores propios linealmente independientes. Más aún, la matriz diagonal  $D$  semejante a  $A$  garantizada por la diagonalizabilidad de  $A$  es tal que  $D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , donde  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  son los valores propios de  $A$ .

Continuando con la exposición de la herramienta del álgebra lineal, a continuación, presentamos los conceptos básicos del límite de sucesiones de matrices. Primero comenzamos indicando la noción de sucesión de matrices.

Para cada  $m \in \mathbb{N}$ , consideremos  $A_m \in M_{n \times p}(\mathbb{R})$ . Esto es, tenemos la sucesión de matrices  $A_1, A_2, \dots, A_m, \dots \in M_{n \times p}(\mathbb{R})$ , lo que indicamos por  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$ .

EJEMPLO 2.9. Consideremos para cada  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A_m \in M_{2 \times 3}(\mathbb{R})$ , definida por:

$$A_m = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{27m^2+m}}{\sqrt{4m^2-m+5}} & (1 - \frac{1}{m})^m & -3 \\ \frac{1}{m+3} & (\frac{1}{6})^m & \frac{m+7}{m-9} \end{pmatrix}.$$

Esto es, tenemos la sucesión de matrices  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$ , donde los primeros términos son:

$$A_1 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{8}} & 0 & -3 \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{6} & -1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{1730}}{\sqrt{67}} & \frac{1}{4} & -3 \\ \frac{1}{5} & \frac{1}{36} & -\frac{9}{7} \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{19686}}{\sqrt{326}} & \frac{8}{27} & -3 \\ \frac{1}{6} & \frac{1}{216} & -\frac{5}{3} \end{pmatrix}, \dots$$

EJEMPLO 2.10. Para cada  $m \in \mathbb{N}$ , sea  $A_m \in M_{2 \times 2}(\mathbb{R})$ , dada por:

$$A_m = \begin{pmatrix} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m & \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \\ (7m)^{\frac{1}{m}} & \frac{m^2+m+1}{2m^2-m+2} \end{pmatrix}.$$

En este caso, los primeros términos de la sucesión de matrices  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  son:

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & \sqrt{2}-1 \\ 7 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} \frac{9}{4} & \sqrt{3}-\sqrt{2} \\ \sqrt{14} & \frac{7}{8} \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} \frac{64}{27} & 2-\sqrt{3} \\ \sqrt{21} & \frac{13}{17} \end{pmatrix}, \dots$$

Un caso particular de sucesiones de matrices es la correspondiente a una sucesión de potencias de una matriz fija  $A$ . Si  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ , se define:

$$A_1 = A, \quad A_2 = A^2, \quad A_3 = A^3, \dots \quad A_m = A^m, \dots$$

Así, se tiene la sucesión de potencias de  $A$ , la cual denotamos por  $\{A^m\}_{m=1}^{\infty}$ .

EJEMPLO 2.11. Sea  $D = \text{diag}\left(1, \frac{1}{2}, \frac{1}{5}\right)$  una matriz diagonal. Definimos la sucesión de potencias de  $D$   $\{D^m\}_{m=1}^{\infty}$ . Los primeros términos de la sucesión quedan de la siguiente manera.

$$D^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} \end{pmatrix}, \quad D^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{25} \end{pmatrix}, \quad D^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{8} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{125} \end{pmatrix}, \dots$$

De hecho, por la Proposición 2.2 que, para cada  $m \in \mathbb{N}$ ,

$$D^m = \begin{pmatrix} 1^m & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{2}\right)^m & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{1}{5}\right)^m \end{pmatrix} = \text{diag}\left(1, \left(\frac{1}{2}\right)^m, \left(\frac{1}{5}\right)^m\right).$$

Ahora que hemos expuesto las ideas principales de sucesiones de matrices, pasamos a una noción importante del álgebra lineal en cuanto a sus posibles aplicaciones. Nos referimos a lo relacionado con el límite de una sucesión de matrices.

DEFINICIÓN 2.12. Sean  $L, A_1, A_2, \dots, A_m, \dots \in M_{n \times p}(\mathbb{R})$ . Se dice que la sucesión de matrices  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  converge a la matriz  $L$ , si para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  y para cada  $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ ,  $L_{ij} = \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{ij}$ . La matriz  $L$  se llama límite de la sucesión  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$ , y se escribe  $\lim_{m \rightarrow \infty} A_m = L$ .

Una forma en que podemos visualizar el límite de una sucesión de matrices es la siguiente:

$$L = \lim_{m \rightarrow \infty} A_m = \begin{pmatrix} \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{11} & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{12} & \dots & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{1p} \\ \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{21} & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{22} & \dots & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{n1} & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{n2} & \dots & \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{np} \end{pmatrix}.$$

Observemos que para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  y para cada  $j \in \{1, 2, \dots, p\}$ ,  $\lim_{m \rightarrow \infty} (A_m)_{ij}$  es el límite de una sucesión de números reales. Para una mejor comprensión de este concepto, a continuación, lo ejemplificamos con algunas sucesiones de matrices.

EJEMPLO 2.13. Dada la sucesión de matrices  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  del Ejemplo 2.9, se tiene que:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} A_m = \begin{pmatrix} \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{27m^3+m}}{\sqrt{4m^2-m+5}} & \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{m}\right)^m & \lim_{m \rightarrow \infty} -3 \\ \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{1}{m+3} & \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{6}\right)^m & \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m+7}{m-9} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & \frac{1}{e} & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

EJEMPLO 2.14. Si  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  es la sucesión de matrices del Ejemplo 2.10, entonces su límite está dado por:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} A_m = \begin{pmatrix} \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^m & \lim_{m \rightarrow \infty} \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \\ \lim_{m \rightarrow \infty} (7m)^{\frac{1}{m}} & \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{m^2+m+1}{2m^2-m+2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e & 0 \\ 1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}.$$

En este artículo estamos interesados en las aplicaciones que involucran límites de sucesiones de potencias de una matriz diagonal. Más aún, nos restringimos a un tipo particular de matrices diagonales, a saber, aquellas cuyas componentes en la diagonal principal son números mayores que 0 y menores o iguales que 1. En la Proposición 2.16 presentamos una propiedad importante de este tipo de matrices. Con la finalidad de que el lector cuente con la mayoría de las herramientas necesarias para la comprensión de una demostración de esta propiedad, recordamos el siguiente resultado referente a la convergencia de una sucesión de potencias de un número real, teorema que se estudia en el cálculo diferencial [11, pág. 618].

TEOREMA 2.15. Sea  $x \in \mathbb{R}$ . Si  $|x| < 1$ , entonces  $\lim_{n \rightarrow \infty} x^n = 0$ .

PROPOSICIÓN 2.16. Sea  $D = \text{diag}(D_{11}, D_{22}, \dots, D_{nn})$  una matriz diagonal. Si para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$  se cumple que  $0 < D_{ii} \leq 1$ , entonces el límite de la sucesión de potencias de  $D$ ,  $\lim_{m \rightarrow \infty} D^m$ , existe. Más aún:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} D^m = \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_n), \quad \text{donde} \\ c_i = \begin{cases} 1 & \text{si } D_{ii} = 1 \\ 0 & \text{si } 0 < D_{ii} < 1 \end{cases}$$

*Demostración.* En vista de la Proposición 2.2 se tiene que, para cada  $m \in \mathbb{N}$ ,  $D^m = \text{diag}(D_{11}^m, D_{22}^m, \dots, D_{nn}^m)$ . Luego, tomando el límite de ambos lados de la igualdad tenemos:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} D^m = \text{diag}\left(\lim_{m \rightarrow \infty} D_{11}^m, \lim_{m \rightarrow \infty} D_{22}^m, \dots, \lim_{m \rightarrow \infty} D_{nn}^m\right).$$

De donde, por el Teorema 2.15, se cumple que, para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $\lim_{m \rightarrow \infty} D^m = c_i$ . ■

A continuación, ejemplificamos la Proposición 2.16 con una matriz diagonal particular.

EJEMPLO 2.17. Sea  $\{D^m\}_{m=1}^{\infty}$  la sucesión del Ejemplo 2.11. Se tiene que:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} D^m = \begin{pmatrix} \lim_{m \rightarrow \infty} 1^m & 0 & 0 \\ 0 & \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2}\right)^m & 0 \\ 0 & 0 & \lim_{m \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

El límite de una sucesión de matrices tiene un comportamiento similar al límite de una sucesión de números reales. Por ejemplo, en el Teorema 2.18, que vemos a continuación, y cuya demostración se puede consultar en [13, Teorema 2.1.8, pág. 26], encontramos un hecho similar a la propiedad conocida del cálculo diferencial que indica la igualdad  $\lim_{m \rightarrow \infty} cx_m = c \lim_{m \rightarrow \infty} x_m$ .

TEOREMA 2.18. Sea  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  una sucesión de matrices, donde para cada  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A_m \in M_{n \times p}(\mathbb{R})$ . Sean  $P \in M_{r \times n}(\mathbb{R})$  y  $Q \in M_{p \times s}(\mathbb{R})$ . Si  $\lim_{m \rightarrow \infty} A_m$  existe, entonces:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (PA_m) = P \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A_m \right) \text{ y } \lim_{m \rightarrow \infty} (A_m Q) = \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A_m \right) Q.$$

Recordemos que bajo las hipótesis de la Proposición 2.5, se cumple la igualdad  $(QAQ^{-1})^m = QA^m Q^{-1}$ . Así, si en particular en el Teorema 2.18, la sucesión de matrices  $\{A_m\}_{m=1}^{\infty}$  es la sucesión de potencias de una matriz  $A$ ,  $\{A^m\}_{m=1}^{\infty}$ , se obtiene lo siguiente.

COROLARIO 2.19. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  y sea  $Q \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  una matriz invertible. Si  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe, entonces  $\lim_{m \rightarrow \infty} (QAQ^{-1})^m = Q \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A^m \right) Q^{-1}$ .

El siguiente teorema brinda condiciones suficientes para la existencia del límite de sucesiones de potencias de una matriz diagonalizable.

TEOREMA 2.20. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$ . Si se cumplen las siguientes condiciones:

- Cada valor propio  $\lambda$  de  $A$  es tal que  $\lambda = 1$  o bien  $|\lambda| < 1$ .
- $A$  es diagonalizable,

entonces  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe.

*Demostración.* Puesto que  $A$  es diagonalizable, se tiene que  $A$  es semejante a una matriz diagonal. Luego, existen una matriz invertible  $Q$  y una matriz diagonal  $D$  tales que  $A = QDQ^{-1}$ . De hecho, por el Teorema 2.8,  $D$  es tal que  $D = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ , donde para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $\lambda_i$  es un valor propio de  $A$ . Observemos que por la Proposición 2.2, se tiene que para cada  $m \in \mathbb{N}$ , la potencia  $m$  de  $D$  es  $D^m = \text{diag}(\lambda_1^m, \lambda_2^m, \dots, \lambda_n^m)$ . En vista de la hipótesis (a), tenemos que para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ :

$$\lim_{m \rightarrow \infty} \lambda_i^m = \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda_i = 1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Así, por la Proposición 2.16,  $\lim_{m \rightarrow \infty} D^m$  existe. De donde, dado que por el Corolario 2.19 se cumple la igualdad  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m = \lim_{m \rightarrow \infty} QD^m Q^{-1} = Q \left( \lim_{m \rightarrow \infty} D^m \right) Q^{-1}$ , concluimos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe. ■

### III. PROCESOS DE MARKOV

En esta sección presentamos algunos conceptos del álgebra lineal que son utilizados en aplicaciones dentro de otras áreas de conocimiento; en nuestro caso, en los procesos de Markov. Además, estudiamos las matrices de transición y los vectores de estado, y finalmente detallamos el desarrollo teórico de los procesos de Markov.

DEFINICIÓN 3.1. Una matriz cuadrada con entradas no negativas tal que la suma de las componentes de cada una de sus columnas es uno se llama *matriz de transición* o *matriz estocástica*.

EJEMPLO 3.2. Las siguientes matrices claramente son ejemplos de matrices de transición:

$$A = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.15 \\ 0.35 & 0.85 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0.4 & 0.125 \\ 0 & 0.4 & 0.850 \\ 0 & 0.2 & 0.025 \end{pmatrix}$$

OBSERVACIÓN 3.3. Las entradas de una matriz de transición representan probabilidades. Sin embargo, en ocasiones es conveniente considerarlas como proporciones [5, pág. 289].

DEFINICIÓN 3.4. Un vector columna de  $n$  coordenadas se llama *vector de estado* o *vector de probabilidad* si sus entradas son no negativas y suman uno.

EJEMPLO 3.5. Los vectores  $p = \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix}$  y  $q = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{pmatrix}$  son ejemplos de vectores de estado.

OBSERVACIÓN 3.6. Las coordenadas de un vector de estado representan probabilidades. También es conveniente considerar estas coordenadas como porcentajes [5, pág. 289].

A continuación, enunciamos un teorema que caracteriza la noción de una matriz de transición. Una demostración de este resultado se puede consultar en [13, Teorema 2.1.17, pág. 29].

TEOREMA 3.7. Sean  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  una matriz con entradas no negativas,  $v \in \mathbb{R}^n$  un vector columna con coordenadas no negativas y  $u \in \mathbb{R}^n$  un vector columna cuyas coordenadas son uno. Se cumple:

- $A$  es una matriz de transición si y sólo si  $A^t u = u$ .
- $v$  es un vector de estado si y sólo si  $u^t v = (1)$ .

Del Teorema 3.7 se obtiene el siguiente resultado, cuya demostración puede consultarse en [13, Corolario 2.1.18, pág. 30].

COROLARIO 3.8.

- El producto de dos matrices de transición de tamaño  $n \times n$  es una matriz de transición de tamaño  $n \times n$ . En particular, cualquier potencia de una matriz de transición es una matriz de transición.
- El producto de una matriz de transición por un vector de estado es un vector de estado.

Para visualizar de mejor manera el Corolario 3.8 consideremos el siguiente ejemplo.

EJEMPLO 3.9. a) Sean  $B$  y  $C$  las matrices de transición del Ejemplo 3.2. Se tiene que:

$$BC = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0 \\ 0.5 & 0 & 1 \\ 0 & 0.5 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0.4 & 0.125 \\ 0 & 0.4 & 0.850 \\ 0 & 0.2 & 0.025 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.4 & 0.49 \\ 0.5 & 0.4 & 0.09 \\ 0 & 0.2 & 0.42 \end{pmatrix}.$$

Así, el producto de  $B$  y  $C$  es una matriz de transición. De igual forma, para la matriz de transición  $A$  del Ejemplo 3.2, se tiene que la potencia 2 de  $A$ :

$$AA = A^2 = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.15 \\ 0.35 & 0.85 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.65 & 0.15 \\ 0.35 & 0.85 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.475 & 0.225 \\ 0.525 & 0.775 \end{pmatrix},$$

es una matriz de transición. También observemos que para la matriz  $B$  de ese mismo ejemplo, su potencia 5:

$$B^5 = B^3 B^2 = \begin{pmatrix} 0.375 & 0.500 & 0.250 \\ 0.500 & 0.125 & 0.750 \\ 0.125 & 0.375 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.50 & 0.25 & 0.50 \\ 0.25 & 0.75 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} 0.375 & 0.469 & 0.313 \\ 0.469 & 0.219 & 0.625 \\ 0.156 & 0.313 & 0.063 \end{pmatrix},$$

es una matriz de transición, donde además  $B^2$  y  $B^3$  también lo son.

b) Tomando en cuenta las matrices de transición  $A$  y  $B$  del Ejemplo 3.2 y los vectores de estado  $p$  y  $q$  del Ejemplo 3.5, notamos que:

$$Ap = \begin{pmatrix} 0.65 & 0.15 \\ 0.35 & 0.85 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.2 \\ 0.8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 \\ 0.75 \end{pmatrix} \quad \text{y} \\ B^2 q = \begin{pmatrix} 0.50 & 0.25 & 0.50 \\ 0.25 & 0.75 & 0 \\ 0.25 & 0 & 0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.4 \\ 0.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.400 \\ 0.375 \\ 0.225 \end{pmatrix}.$$

Así,  $Ap$  y  $B^2 q$  son vectores de estado.

A continuación, vemos que la propiedad de la parte (a) del Corolario 3.8 se generaliza para cualquier número de factores. Este hecho es relevante para las aplicaciones.

TEOREMA 3.10. Sea  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  una matriz de transición. Si  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe, entonces  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  es una matriz de transición.

*Demostración.* Supongamos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe. Utilizamos la parte (a) del Teorema 3.7 para demostrar que  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  es una matriz de transición. Sea  $u$  un vector columna cuyas coordenadas son todas uno. Demostremos que  $u^t \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A^m \right) = u^t$ . Por la parte (a) del Corolario 3.8, sabemos que para cada  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A^m$  es una matriz de transición. Luego, por la parte (a) del Teorema 3.7, se cumple que  $u^t A^m = u^t$ . Así,  $\lim_{m \rightarrow \infty} u^t A^m = \lim_{m \rightarrow \infty} u^t$ . En vista del Teorema 2.18, tenemos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} u^t A^m = u^t \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A^m \right)$ . A su vez, sabemos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} u^t = u^t$ . Resumiendo, obtenemos:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} u^t A^m = u^t \left( \lim_{m \rightarrow \infty} A^m \right) = \lim_{m \rightarrow \infty} u^t = u^t.$$

Por lo tanto,  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  es una matriz de transición. ■

Veamos ahora lo concerniente a los procesos de Markov. Sea  $n \in \mathbb{N}$ . De manera informal un proceso estocástico discreto es un proceso en el que los elementos de un conjunto se ubican en uno de  $n$  estados fijos que pueden cambiar con el tiempo.

Dichos cambios se describen por una probabilidad, la cual depende de factores tales como: (a) el estado y el tiempo presente, (b) los estados previos en los que el objeto ha permanecido y (c) los estados en los que permanece o permaneció otro objeto relacionado [5, pág. 291]. El lector interesado en una definición formal de un proceso estocástico discreto puede consultar [2, 8 ó 10].

Ahora bien, un tipo particular de proceso estocástico discreto, el que solo satisface la condición (a) previa, se le denomina proceso de Markov. Esto lo formalizamos a continuación [5, pág. 291].

**DEFINICIÓN 3.11.** Un proceso estocástico discreto se denomina proceso de Markov de  $n$  estados si cumple que la probabilidad de cambio de un estado en el proceso depende solamente del estado anterior y no de otros estados o algún otro factor.

A un proceso de Markov de  $n$  estados se le asocia una matriz de transición  $A \in M_{n \times n}(\mathbb{R})$  y un vector de estado  $p \in \mathbb{R}^n$  en el siguiente sentido [3, pág. 212]. Los renglones y las columnas de  $A$  corresponden a los  $n$  estados del proceso, donde la componente  $A_{ij}$  de  $A$  representa la probabilidad de moverse del estado  $j$  al estado  $i$  en una etapa. A su vez, la coordenada  $j$  del vector de estado  $p$  corresponde a la probabilidad de pertenecer al estado  $j$  en el inicio del proceso. En lo que sigue, exponemos algunas características de la matriz de transición asociada a los procesos de Markov.

**OBSERVACIÓN 3.12.** Dados un proceso de Markov de  $n$  estados y  $A$  su matriz de transición asociada, tenemos lo siguiente:

a) La entrada  $A_{ij}$  de  $A$  representa la probabilidad de cambio del estado  $j$  al estado  $i$ . En vista de que  $A = A^1$  este cambio de estado se dice que ocurre en la etapa 1 o en la primera etapa. Por otro lado, por el Corolario 3.8, se tiene que  $A^2$  es nuevamente una matriz de transición. De este modo, la entrada  $(A^2)_{ij}$  de  $A^2$  representa la probabilidad de cambio del estado  $j$  al estado  $i$ , pero en la etapa 2 o en la segunda etapa. De igual forma, considerando el Corolario 3.8,  $A^m$  sigue siendo una matriz de transición. Así, la componente  $(A^m)_{ij}$  de la potencia  $m$  de  $A$ , representa la probabilidad de cambio del estado  $j$  al estado  $i$  en la etapa  $m$  o en  $m$  etapas.

b) En vista del Teorema 3.10, tenemos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  es una matriz de transición. Así, se dice que la entrada  $(\lim_{m \rightarrow \infty} A^m)_{ij}$  de la matriz  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  representa la probabilidad de cambio del estado  $j$  al estado  $i$  en una etapa lo suficientemente grande.

Veamos un análisis similar para el vector de estado asociado a un proceso de Markov de  $n$  estados.

**OBSERVACIÓN 3.13.** El vector de estado  $p$  de un proceso de Markov de  $n$  estados representa la manera en que se disponen las probabilidades de ocurrencia de cada estado del proceso. Es decir, la coordenada  $p_i$  de  $p$  representa la probabilidad de ocurrencia del estado  $i$ , para cada  $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Tomando en cuenta las Observaciones 3.12 y 3.13, un proceso de Markov se puede interpretar de la siguiente manera.

**OBSERVACIÓN 3.14.** Dado un proceso de Markov de  $n$  estados,  $A$  su matriz de transición asociada y  $p$  su vector de estado, tenemos lo siguiente. En vista de la Observación 3.13, la coordenada  $p_i$  de  $p$  representa la probabilidad de ocurrencia del estado  $i$  del proceso. Puesto que  $A^0 p$  es un vector de estado (por la parte (b) del Corolario 3.8) y  $p = A^0 p$ , podemos decir que la coordenada  $(A^0 p)_i$  del vector  $A^0 p$  representa la probabilidad de ocurrencia del estado  $i$  del proceso en la etapa cero, o bien, que es la manera en que se disponen las probabilidades para cada estado en la etapa cero. Similarmente, como el vector  $A p$  es un vector de estado, por la parte (b) del Corolario 3.8, podemos decir que la coordenada  $(A p)_i$  del vector  $A p$  representa la probabilidad de ocurrencia del estado  $i$  del proceso en la etapa uno, o bien, que es la manera en que se disponen las probabilidades para cada estado en la etapa uno. En general, para cada  $m \in \mathbb{N}$ , en vista de las partes (a) y (b) del Corolario 3.8, tenemos que  $A^m p$  es un vector de estado. Así, podemos decir que la coordenada  $(A^m p)_i$  del vector  $A^m p$  representa la probabilidad de ocurrencia del estado  $i$  del proceso en la etapa  $m$ , o bien, que es la manera en que se disponen las probabilidades para cada estado en la etapa  $m$ .

Es importante destacar que, en vista de las Observaciones 3.12 y 3.14, para analizar el comportamiento a largo plazo en los procesos de Markov, se requiere la aplicación del límite de una sucesión de potencias de una matriz. En la sección de Aplicaciones vemos con ejemplos particulares la interpretación de las Observaciones 3.12 y 3.14.

#### IV. APLICACIONES

En esta sección revisamos algunas aplicaciones de los procesos de Markov en movimientos migratorios. La información para el desarrollo de los ejemplos que mostramos la hemos tomado de manera total o parcial del Ejercicio 9 en

[4, pág. 81] y del ejemplo tratado en [5, pág. 288], respectivamente. Es importante destacar que el Ejemplo 4.1 trata un proceso de tres estados con movimiento migratorio generacional. A su vez, el Ejemplo 4.2 es un proceso de dos estados que analiza el cambio de residencia de individuos.

**EJEMPLO 4.1.** En cierto país se clasificó una generación inicial de mujeres según el área en la que viven: urbana, suburbana o rural. Los registros de un censo indican que las hijas de mujeres urbanas tienen 0.10 de probabilidad de establecerse en áreas rurales y de 0.50 en áreas suburbanas; las hijas de mujeres suburbanas tienen 0.20 de probabilidad de establecerse en áreas rurales y de 0.30 en áreas urbanas; y las hijas de mujeres rurales tienen 0.20 de probabilidad de establecerse en zonas suburbanas y de 0.70 en áreas rurales.

Con esta información y bajo la restricción de que tenemos una población constante en el sentido de que cada mujer tiene sólo una hija, quien a su vez tiene sólo una hija, y así sucesivamente, y además de que no hay decesos, podemos analizar la distribución de las nuevas generaciones de mujeres en una región diferente a la de su madre, es decir, el comportamiento a futuro de esta población en distintos aspectos; por ejemplo, de manera particular podríamos responder las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué probabilidad existe de que las hijas de las mujeres de la generación inicial, que habitan áreas urbanas, migren a zonas suburbanas?

Incluso la pregunta anterior puede realizarse para las nietas y para las bisnietas de la generación inicial, así como el movimiento en las otras regiones. Más aún, si el censo arroja la información adicional de que la población inicial de mujeres está distribuida en **40%** mujeres urbanas, **50%** mujeres suburbanas y **10%** mujeres rurales, entonces podríamos estar interesados en predecir cómo quedaría distribuida la población de mujeres en las tres zonas para las generaciones futuras, por ejemplo:

b) ¿Cómo queda distribuida la población de las hijas, las nietas y las bisnietas en las tres áreas bajo estas nuevas consideraciones?

c) ¿Es posible que la población de mujeres se distribuya equitativamente a largo plazo en cada región? o ¿cómo sería su distribución?

**SOLUCIÓN.** Conviene presentar en la Tabla I la información brindada en el ejemplo.

| <i>Madre</i><br><i>Hija</i> | Urbana | Suburbana | Rural |
|-----------------------------|--------|-----------|-------|
| Urbana                      | 0.40   | 0.30      | 0.10  |
| Suburbana                   | 0.50   | 0.50      | 0.20  |
| Rural                       | 0.10   | 0.20      | 0.70  |

TABLA I  
PROBABILIDADES DEL ÁREA DE RESIDENCIA DE LA PRIMERA GENERACIÓN.

Note que cada renglón de la Tabla I representa la probabilidad que tiene la hija de una mujer, ubicada en alguna de las áreas (urbana, suburbana o rural), de establecerse en una zona determinada (urbana, suburbana o rural). En consecuencia, puesto que tenemos la restricción de una población constante, la suma de cada columna es uno.

Veamos a continuación la solución de cada inciso, para lo cual debemos tener presente que la generación inicial de mujeres, o bien generación cero, corresponde a las madres; la primera generación, corresponde a las hijas; la segunda generación a las nietas; la tercera a las bisnietas, etcétera.

a) Para obtener la probabilidad que tienen las hijas de las mujeres de la generación inicial, que habitan áreas urbanas, de migrar a zonas suburbanas, existen tres posibilidades: que las hijas vivan en zonas urbanas, suburbanas o rurales. Estos hechos corresponden a los estados de un proceso estocástico discreto. Aunado a que la probabilidad de que la hija se establezca en alguna de las regiones depende únicamente de dónde se ubicó su madre y no de dónde se ubique otra mujer contemporánea o alguna mujer de otra generación, se sigue de la Definición 3.11 que tenemos un proceso de Markov de tres estados, cuyas etapas están dadas por el periodo de tiempo de una generación a otra.

Ahora bien, es importante señalar que la información de la Tabla I corresponde a la primera generación. De esta manera, conformamos con dichos datos la matriz de transición asociada al proceso de Markov:

$$A = \begin{pmatrix} 0.40 & 0.30 & 0.10 \\ 0.50 & 0.50 & 0.20 \\ 0.10 & 0.20 & 0.70 \end{pmatrix}.$$

En particular, la probabilidad que tiene la hija de una mujer urbana de ser suburbana es la componente  $A_{21}$ , esto es, las hijas de las mujeres de la generación

inicial que habitan áreas urbanas tienen 0.50 de probabilidad de migrar a zonas suburbanas.

De hecho, las componentes de la matriz  $A$ , o bien  $A^1$ , proporcionan la probabilidad de migración de la primera generación a cada una de las zonas. Por ejemplo, la componente  $A_{13}$  de  $A$  es la probabilidad que tiene la hija de una mujer rural de mudarse a una zona urbana; de igual forma, la componente  $A_{33}$  de  $A$  es la probabilidad que tiene la hija de una mujer rural de permanecer en una zona rural.

Para determinar cuál es la probabilidad que tienen las nietas de las mujeres de la generación inicial que habitan en áreas urbanas, migren a zonas suburbanas, existen tres formas diferentes en las que puede ocurrir tal movimiento: que la hija de una mujer urbana permanezca en una zona urbana y la hija de esta hija se mueva a la zona suburbana; que la hija de la mujer urbana se mude a una zona suburbana y la hija de la hija permanezca ahí; o que la hija de la mujer urbana se mueva a una zona rural y la hija de la hija se mude a la zona suburbana. Esto se muestra en la Fig. 1.

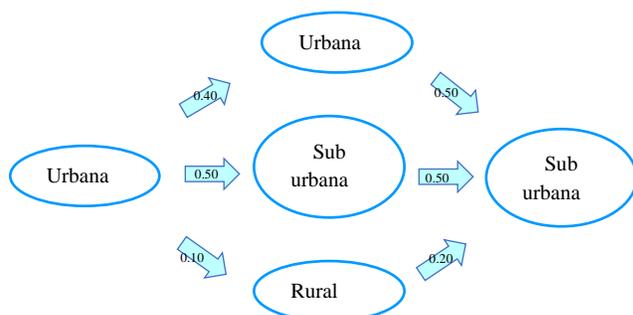


Fig. 1. Cambio de residencia de las mujeres en dos etapas.

Por otra parte, para conocer la probabilidad de migración de las nietas es necesario tener en cuenta que, tal como se indica en la parte (a) de la Observación 3.12, el movimiento de estado de la segunda generación lo obtenemos de la potencia 2 de la matriz  $A$ :

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0.32 & 0.29 & 0.17 \\ 0.47 & 0.44 & 0.29 \\ 0.21 & 0.27 & 0.54 \end{pmatrix}.$$

Así, la componente  $(A^2)_{21}$  es la probabilidad que tienen las nietas de las mujeres de la generación inicial, que habitan áreas urbanas, de ser suburbana. En vista de lo anterior, las nietas de las mujeres de la generación inicial, que habitan áreas urbanas, tienen 0.47 de probabilidad de migrar a zonas suburbanas. Notemos que, las componentes de la matriz  $A^2$  proporcionan la probabilidad de migración de la segunda generación a cada una de las otras zonas.

Finalmente, para establecer la probabilidad de migración de las bisnietas de las mujeres de la generación inicial que habitan áreas urbanas, requerimos seguir el mismo procedimiento anterior ahora para la tercera generación. Para ello, siguiendo el análisis de la parte (a) de la Observación 3.12, sabemos que el cambio de estado de las mujeres de la generación inicial a la tercera, está dada por la potencia 3 de la matriz  $A$ :

$$A^3 = \begin{pmatrix} 0.290 & 0.275 & 0.209 \\ 0.437 & 0.419 & 0.338 \\ 0.273 & 0.306 & 0.453 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, la componente  $(A^3)_{21}$  es el número que corresponde a la probabilidad que tiene la tercera generación de migrar a zonas suburbanas; esto es, las bisnietas, de las mujeres de la generación inicial que habitan en áreas urbanas, tienen 0.437 de probabilidad de migrar a zonas suburbanas. Observemos que las componentes de la matriz  $A^3$  proporcionan la probabilidad de migración de la tercera generación a cada una de las zonas.

b) Para conocer cómo se distribuye la población de las hijas, nietas y bisnietas en las tres zonas, considerando la información preliminar brindada en el ejemplo presente, primero requerimos establecer que dicha información corresponde a la distribución de la población inicial de las mujeres censadas.

Notemos que esto equivale a decir cómo están ubicadas las mujeres de la generación inicial en cada uno de los estados posibles del proceso. Así, en vista de la Observación 3.13, registramos la información preliminar en el vector de estado  $p = \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.50 \\ 0.10 \end{pmatrix}$ . La Observación 3.14 indica que, para cada  $m \in \mathbb{N}$ , las coordenadas del vector  $A^m p$  corresponden a la manera en que se dispone el porcentaje de la población para cada estado de la generación  $m$ . De esto se deduce que el vector  $A p$  representa la manera en que se ubica el total de las hijas en cada una de las tres regiones. Observemos que:

$$A p = \begin{pmatrix} 0.40 & 0.30 & 0.10 \\ 0.50 & 0.50 & 0.20 \\ 0.10 & 0.20 & 0.70 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.50 \\ 0.10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.32 \\ 0.47 \\ 0.21 \end{pmatrix}.$$

Así, del total de las mujeres de la primera generación, el 32% se establecerá en zonas urbanas, el 47% en áreas suburbanas y el 21% en regiones rurales.

De igual forma, para determinar la ubicación de las nietas en cada una de las zonas, requerimos conocer el valor correspondiente a cada una de las coordenadas del vector  $A^2 p$ . Puesto que:

$$A^2 p = \begin{pmatrix} 0.32 & 0.29 & 0.17 \\ 0.47 & 0.44 & 0.29 \\ 0.21 & 0.27 & 0.54 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.50 \\ 0.10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.290 \\ 0.437 \\ 0.273 \end{pmatrix},$$

obtenemos que, del total de las mujeres de la segunda generación, el 29% se establecerá en zonas urbanas, el 43.70% en áreas suburbanas y el 27.30% en regiones rurales.

Finalmente, para saber cómo se ubican las bisnietas en cada una de las zonas, es cuestión de sólo calcular el vector  $A^3 p$ . Notemos que:

$$A^3 p = \begin{pmatrix} 0.290 & 0.275 & 0.209 \\ 0.437 & 0.419 & 0.338 \\ 0.273 & 0.306 & 0.453 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.50 \\ 0.10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.274 \\ 0.418 \\ 0.308 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, del total de las mujeres de la tercera generación, el 27.40% vivirá en zonas urbanas, el 41.80% en zonas suburbanas y el 30.80% en zonas rurales.

c) Para poder ver si es posible o no que las mujeres se distribuyan equitativamente entre las tres regiones conforme pasen las generaciones, necesitamos conocer la distribución de las mujeres para una generación  $m$  lo suficientemente grande. Dicha distribución está indicada en las coordenadas del vector  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m p$ . De esta forma, primero debemos encontrar la matriz  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$ , la cual por la parte (b) de la Observación 3.12 es una matriz de transición, y que indica la probabilidad que tienen las mujeres de una generación futura de moverse de una región a otra.

Para poder encontrar las componentes de la matriz  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  primero debemos asegurarnos que tal límite existe. Para esto, notemos que, utilizando una calculadora de matrices, por ejemplo [14], obtenemos que la matriz  $A$  es semejante a una matriz diagonal, es decir  $A$  es diagonalizable (vea la Definición 2.7). De hecho, se tiene que  $A = QDQ^{-1}$ , donde:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-\sqrt{6}+3}{10} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sqrt{6}+3}{10} \end{pmatrix}, \quad Q = \begin{pmatrix} \frac{11}{15} & \sqrt{6}+2 & -\sqrt{6}+2 \\ \frac{17}{15} & -\sqrt{6}-3 & \sqrt{6}-3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{15}{43} & \frac{15}{43} & \frac{15}{43} \\ \frac{31\sqrt{6}-45}{258} & \frac{19\sqrt{6}-90}{516} & \frac{-67\sqrt{6}+168}{516} \\ \frac{-31\sqrt{6}-45}{258} & \frac{-19\sqrt{6}-90}{516} & \frac{67\sqrt{6}+168}{516} \end{pmatrix}.$$

Por el Teorema 2.8,  $1$ ,  $\frac{-\sqrt{6}+3}{10}$  y  $\frac{-\sqrt{6}+3}{10}$  son los valores propios de  $A$ . De modo que  $A$  cumple con las condiciones del Teorema 2.20, lo que asegura que el  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe. Observemos que, como  $A$  es semejante a  $D$ , entonces por el Corolario 2.6, para

cada  $m \in \mathbb{N}$ ,  $A^m$  es semejante a  $D^m$ . Más aún, en vista del Corolario 2.19, tenemos que:

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} A^m &= \lim_{m \rightarrow \infty} (QD^m Q^{-1}) = Q \left( \lim_{m \rightarrow \infty} D^m \right) Q^{-1} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{11}{15} & \sqrt{6}+2 & -\sqrt{6}+2 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{17}{15} & -\sqrt{6}-3 & \sqrt{6}-3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{15}{43} & \frac{15}{43} & \frac{15}{43} \\ \frac{31\sqrt{6}-45}{258} & \frac{19\sqrt{6}-90}{516} & \frac{-67\sqrt{6}+168}{516} \\ \frac{-31\sqrt{6}-45}{258} & \frac{-19\sqrt{6}-90}{516} & \frac{67\sqrt{6}+168}{516} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \frac{2199}{8600} & \frac{2199}{8600} & \frac{2199}{8600} \\ \frac{3399}{8600} & \frac{3399}{8600} & \frac{3399}{8600} \\ \frac{8600}{15} & \frac{8600}{15} & \frac{8600}{15} \\ \frac{15}{43} & \frac{15}{43} & \frac{15}{43} \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Siguiendo la explicación de la Observación 3.14, la distribución de mujeres que habitarán a futuro las zonas urbanas, suburbanas y rurales es la primera, segunda y tercera coordenada, respectivamente, del vector  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m p$ . De hecho:

$$\begin{aligned} \lim_{m \rightarrow \infty} A^m p &= \lim_{m \rightarrow \infty} (QD^m Q^{-1}) p = \begin{pmatrix} \frac{2199}{8600} & \frac{2199}{8600} & \frac{2199}{8600} \\ \frac{3399}{8600} & \frac{3399}{8600} & \frac{3399}{8600} \\ \frac{8600}{15} & \frac{8600}{15} & \frac{8600}{15} \\ \frac{15}{43} & \frac{15}{43} & \frac{15}{43} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.40 \\ 0.50 \\ 0.10 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0.256 \\ 0.395 \\ 0.349 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

De lo anterior, concluimos que eventualmente alrededor del 25.60% de mujeres vivirá en zonas urbanas, el 39.50% en zonas suburbanas y el 34.90% en zonas rurales; por lo tanto, se puede asegurar que no habrá una distribución equitativa en el largo plazo. Más aún, las mujeres de las siguientes generaciones preferirán establecerse en zonas suburbanas. ■

A continuación, vemos un ejemplo de un proceso de Markov para el caso de dos estados, relacionado al cambio de residencia. En este ejemplo abordamos las probabilidades de movilidad laboral de una persona entre la capital y la provincia.

EJEMPLO 4.2. En la Tabla II encontramos información referente a la migración de una población, proporcionada por una empresa especializada que está interesada en registrar el movimiento poblacional de una cierta región causada por cuestiones laborales. En lo que respecta a dicha tabla, las entradas en cada columna representan las probabilidades que tiene alguien que vive en la capital o en la provincia el primero de enero de 2017, de seguir viviendo o mudarse de región en enero del siguiente año.

| Vive en<br>Se muda | Capital | Provincia |
|--------------------|---------|-----------|
| Capital            | 0.90    | 0.02      |
| Provincia          | 0.10    | 0.98      |

TABLA II  
PROBABILIDADES DEL MOVIMIENTO MIGRATORIO DE 2018.

Suponiendo que la población permanece constante, es decir, sólo existe un movimiento continuo entre la capital y la provincia y los individuos registrados son personas que en ese momento contaban con un empleo, podemos analizar el movimiento migratorio de las personas. Por ejemplo, en primer lugar:

a) Determinemos la probabilidad que tiene una persona de moverse de una zona a otra o de permanecer en la zona de origen después de dos años.

Asimismo, suponiendo que en 2017 el **70%** de la población vivía en la capital y el **30%** en la provincia, podemos responder:

b) ¿Cuál es el porcentaje de la población que vivirá en la capital en 2018, en 2019 y en 2020?

Finalmente, podemos saber si o no:

c) ¿La población de la provincia podría agotarse eventualmente si las probabilidades de migración registradas continúan?

**SOLUCIÓN.** Antes de abordar cada uno de los incisos que se han planteado, consideremos que de la Tabla 2, el valor 0.9 indica la probabilidad que tiene una persona que vive en la capital de permanecer ahí en 2018; o bien, que el **90%** de la población que vive en la capital en 2017 se quedará en la misma región en 2018; así, el **10%** restante se mudará a la provincia; en cambio, el valor 0.98 indica la probabilidad que tiene una persona que vive en la provincia de permanecer ahí en 2018, o bien de las personas que viven en la provincia en 2017, el **98%** permanecerá en su lugar de residencia y el **2%** restante se mudará a la capital para 2018. Note que bajo el supuesto de la población constante, cada columna suma 1.

De lo anterior, notemos que una persona tiene dos posibilidades de lugar de residencia: la ciudad o la provincia. Esto corresponde a los estados de un proceso estocástico discreto. Más aún, suponiendo que la probabilidad de que una persona viva en la ciudad o la provincia no depende del lugar donde viva otra persona o donde vivió en el pasado, se sigue de la Definición 3.11 que nos encontramos con un proceso de Markov de dos estados, cuyas

etapas están dadas por los años. Por consiguiente, con los datos de la Tabla II conformamos la matriz de transición asociada al proceso de Markov:

$$A = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.02 \\ 0.10 & 0.98 \end{pmatrix}.$$

Al igual que en el Ejemplo 4.1, analizamos las componentes de  $A$ ; vemos, por ejemplo, que la componente  $A_{21}$  de  $A$  es la probabilidad de moverse de la capital a la provincia; y la componente  $A_{12}$  es la probabilidad de moverse de la provincia a la capital.

a) De manera similar a como se obtuvieron las probabilidades de movimiento migratorio generacional en el Ejemplo 4.1, es posible encontrar la probabilidad que tiene un individuo de moverse de una zona a otra o de permanecer en la zona de origen después de dos etapas, esto es después de dos años. Tal como se indica en la parte (a) de la Observación 3.12 basta con calcular la matriz de transición:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 0.812 & 0.038 \\ 0.188 & 0.962 \end{pmatrix}.$$

En consecuencia, después de dos años, es decir en 2019, la probabilidad de que las personas permanezcan en su zona de origen es de 0.812 para la capital y 0.962 para la provincia. Mientras que la probabilidad de moverse de la capital a la provincia es 0.188 y la probabilidad de moverse de la provincia a la capital es de 0.038. Notemos que las componentes de las matrices  $A^3, A^4, \dots$ , representan las probabilidades de migración entre capital y provincia de una persona para el año 2020, 2021, etcétera.

b) Bajo los supuestos adicionales de distribución de la población en el 2017 que se han indicado, para establecer el porcentaje de la población que vivirá en la capital para los siguientes tres años: 2018, 2019 y 2020, hacemos un análisis similar como el realizado en la parte (b) del Ejemplo 4.1. De esta forma conformamos el vector  $p = \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix}$ , donde la primera y segunda coordenada son las proporciones de la población que reside en la capital y en la provincia en 2017, respectivamente, es decir, los dos estados del proceso de Markov. Notemos que por la Observación 3.13,  $p$  es un vector de estado. Luego, por la Observación 3.14, la proporción de la población que vivirá en la capital para 2018 se obtiene mediante el vector:

$$Ap = \begin{pmatrix} 0.90 & 0.02 \\ 0.10 & 0.98 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.636 \\ 0.364 \end{pmatrix}.$$

Por lo tanto, el **63.60%** de la población total vivirá en la capital en 2018.

Por otro lado, para saber la distribución poblacional de 2019, basta sólo con hacer el producto  $A^2 p$ . Esto es:

$$A^2 p = \begin{pmatrix} 0.812 & 0.038 \\ 0.188 & 0.962 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.58 \\ 0.42 \end{pmatrix}.$$

En consecuencia, el porcentaje de la población total que vivirá en la capital en 2019 es del 58%.

A su vez, el porcentaje de la población que vivirá en la capital para el año 2020, es decir la tercera etapa del proceso, simplemente lo obtenemos del vector:

$$A^3 p = \begin{pmatrix} 0.735 & 0.053 \\ 0.265 & 0.947 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.53 \\ 0.47 \end{pmatrix}.$$

Así, el porcentaje de la población total que vivirá en la capital en 2020 es del 53%.

c) Para establecer si la población de la provincia se puede agotar eventualmente cuando la tendencia de movimiento migratorio continúe, es necesario conocer el vector  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m p$ , que por la Observación 3.14, sus coordenadas representan el porcentaje de la población total que vivirá en cada una de las áreas en una etapa  $m$ , para un  $m \in \mathbb{N}$  lo suficientemente grande. Cabe señalar que, por el Teorema 3.10,  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  es una matriz de transición que representa, en vista de la parte (b) de la Observación 3.12, las probabilidades migratorias a largo plazo.

Para encontrar el vector  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m p$ , primero verificamos que  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe. En efecto, mediante la calculadora de matrices [14], obtenemos que  $A$  es diagonalizable, es decir,  $A$  es semejante a una matriz diagonal. Más aún,  $A = QDQ^{-1}$ , donde:

$$Q = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 6 \\ 5 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}, \quad Q^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.88 \end{pmatrix}.$$

Por el Teorema 2.8, los valores propios de  $A$  son 1 y 0.88. Por lo tanto,  $A$  cumple con las condiciones del Teorema 2.20. De donde,  $\lim_{m \rightarrow \infty} A^m$  existe.

Dado que  $A$  es semejante a  $D$ , se tiene del Corolario 2.6 que  $A^m$  es semejante a  $D^m$ , para toda  $m \in \mathbb{N}$ . De hecho, por la Proposición 2.5,  $A^m = QD^m Q^{-1}$ . Más aún, en vista del Teorema 2.18 y el Corolario 2.19, tenemos que:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} A^m p = \lim_{m \rightarrow \infty} (QD^m Q^{-1})p = [Q \left( \lim_{m \rightarrow \infty} D^m \right) Q^{-1}]p =$$

$$= \left[ \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 6 \\ 5 & 1 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -5 & 1 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 6 & 6 \\ 5 & 5 \\ 6 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.70 \\ 0.30 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.167 \\ 0.833 \end{pmatrix}.$$

Por tal razón, el 83.33% de la población total vivirá en provincia en los años posteriores, con lo que podemos concluir que la población de la provincia no puede agotarse si la tendencia continua. ■

## V. CONCLUSIONES

En lo expuesto en el presente artículo, entre otras cosas, hemos resaltado la utilidad de la matemática en la descripción, el planteamiento y la resolución de problemas que se presentan en las ciencias sociales. Específicamente, exhibimos el uso de algunos temas del álgebra lineal para atender situaciones relacionadas al movimiento migratorio. Si bien los ejemplos planteados en este trabajo consideran supuestos que parecen lejanos de la realidad, resultan ilustrativos para conocer el modelado matemático en otras áreas de conocimiento. Por otro lado, desde el punto de vista de la matemática, con la aplicación de los procesos de Markov, destacamos la utilidad de la diagonalización, el límite de sucesiones de potencias de matrices, así como el uso y la aplicación de los valores propios de una matriz diagonalizable. A su vez, desde la perspectiva económico-social, el modelo markoviano permite visualizar estimaciones del comportamiento a largo plazo de las proporciones de muestras de poblaciones que comparten características similares de acuerdo a alguna situación o preferencia. Lo anterior podría facilitar la toma de decisiones políticas.

## REFERENCIAS

- [1] H. Anton, *Introducción al Álgebra Lineal*, 3ª edición, México: Editorial Limusa, (1993).
- [2] R. Bellman, *Introducción al análisis matricial: un estudio de la moderna teoría de matrices*, México: Reverté, (1965).
- [3] A. Berman y R. J. Plemmons, *Nonnegative matrices in the mathematical sciences*, vol. 9, Philadelphia, USA: Siam, (1994).
- [4] J. B. Fraleigh y R. A. Beauregard, *Álgebra Lineal*, México: Sistemas Técnicos de Edición, (1989).
- [5] S. H. Friedberg, A. J. Insel y L. E. Spence, *Linear Algebra*, 4ª edición, Illinois, E.U.: Prentice Hall, (2003).

- [6] S. I. Grossman y J. J. Flores Godoy, *Álgebra Lineal*, 7ª edición, México: McGraw-Hill, (2012).
- [7] M. Hierro Franco y M. Guijarro Garvi, “Una revisión de la aplicación de las cadenas de Markov discretas al estudio de la movilidad geográfica”, *Estadística Española*, vol. 49, no. 166, (2007) 473-499.
- [8] W. W. Hines y D. C. Montgomery, *Probabilidad y estadística para ingeniería y administración*, 2ª edición, México: Compañía editorial continental, (1996).
- [9] P. L. Meyer, *Probabilidad y Aplicaciones Estadísticas*, edición revisada, México: Addison-Wesley Iberoamericana, (1992).
- [10] L. Rincón, *Introducción a los procesos estocásticos*, México: UNAM, (2012).
- [11] M. Spivak, *Cálculo Infinitesimal*, 2ª edición, México: Reverté Ediciones, (1996).
- [12] J. F. Tenorio y M. M. Zapata Gordillo, “Aplicaciones del álgebra lineal en economía: interdependencia sectorial y preferencias de consumo”, *Revista INCAING: Investigación y Ciencia Aplicada a la Ingeniería*, Instituto Tecnológico de la Sierra Negra de Ajalpan, Puebla, vol. 13, (2019) 4-11.
- [13] M. M. Zapata Gordillo, “Formalización de la teoría dinámica discreta y el álgebra lineal que surgen en la teoría económica”, *Tesis para obtener el grado de Maestra en Modelación Matemática*, Universidad Tecnológica de la Mixteca, Oaxaca, México, (2019).
- [14] *Matriz Calculator*. [Software] (2017). Recuperado de: <https://matrixcalc.org/es/>

# SISTEMA DE ACCIONES CON ENFOQUE PARTICIPATIVO PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA DE INNOVACIÓN AGROPECUARIA LOCAL EN SAN CRISTÓBAL

Angélica María Reinoso Rivera, Ing., Alexander Chile Bocourt, Dr. C., María Elena Reyes Cabrera, Juana Puebla Pineda, M Sc.

Dirección Municipal de la Agricultura, San Cristóbal, Cuba y Universidad de Artemisa, Cuba

[angelicamaria2r@nauta.cu](mailto:angelicamaria2r@nauta.cu)

[mkchule@uart.edu.cu](mailto:mkchule@uart.edu.cu)

## RESUMEN

La implementación en Cuba del Proyecto de Innovación Agropecuaria Local (PIAL) a partir del 2001, mostró un camino para reconocer la capacidad de los agros productores (as) en la generación de beneficios económicos, sociales y ambientales para la sociedad a favor de la seguridad y la soberanía alimentaria en Cuba. En el contexto agropecuario del municipio San Cristóbal se observan procesos de degradación de los suelos, existe más del 70% de las tierras en secano, existe poco aprovechamiento de los residuos productivos lo que evidencia la necesidad de crear una cultura agroecológica con un enfoque más participativo e interactivo en los diferentes actores del municipio de aquí que se formule el siguiente Problema científico de investigación: ¿Cómo implementar el Sistema de Innovación Agropecuario Local en el municipio San Cristóbal de la provincia Artemisa? proponiéndose como objetivo general del presente trabajo: Diseñar un plan de acción con enfoque participativo para la implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria Local en el municipio San Cristóbal a partir de la caracterización del contexto agropecuario y de la innovación del territorio, para ello se utilizaron métodos y técnicas, tales como el análisis de bibliografía documentos, y

entrevistas. La información obtenida facilitó la creación de las bases teóricas y metodológicas para el diseño del plan de acción con enfoque participativo para el fortalecimiento del SIAL en el municipio San Cristóbal.

**PALABRAS CLAVES:** innovación-gestión-participación-desarrollo

## SYSTEM OF ACTIONS WITH FOCUS PARTICIPATIVO FOR THE IMPLEMENTATION OF THE SYSTEM OF LOCAL AGRICULTURAL INNOVATION IN SAN CRISTÓBAL

### SUMMARY

The implementation in Cuba of the Project of Local Agricultural Innovation (PIAL) starting from the 2001, it showed a road to recognize the capacity of the producing agricultures (ace) in the generation of economic, social and environmental benefits for the society in favor of the security and the alimentary sovereignty in Cuba. In the agricultural context of the municipality San Cristobal processes of degradation of the floors are observed, it exists more than the 70% of the lands in unirrigated land, little use of the productive residuals exists what evidences the necessity to create a culture agroecologica with a

focus more participative and interactive in the different actors of the municipality of here that the following scientific Problem of investigation is formulated: How to implement the Local Agricultural System of Innovation in the municipality San Cristobal of the county Artemisa? intending as general objective of the present work: To design an action plan with focus participative for the implementation of the System of Local Agricultural Innovation in the municipality San Cristobal starting from the characterization of the agricultural context and of the innovation of the territory, for they were used it methods and technical, such as the analysis of bibliography documents, and you interview. The obtained information facilitated the creation of the theoretical and methodological bases for the design of the action plan with focus participativo for the invigoration of the SIAL in the municipality San Cristobal.

**KEY WORDS:** innovation-administration-participation-development

## I. INTRODUCCION

La agricultura se ha desarrollado como un proceso continuo, que ha marchado acorde a las tendencias tecnológicas, económicas y sociales de las diferentes épocas. Los grandes desafíos del contexto agropecuario cubano actual, que se relacionan con la aplicación y generalización de prácticas agroecológicas, producción de alimentos, abasto de agua, mejoramiento y preservación de condiciones ambientales y adaptación a cambios climáticos, entre otras, constituyen prioridades de atención del país.

Apartir de la puesta en práctica de los Lineamientos para la política económica y social, aprobados por el VI Congreso del PCC en el 2011 y actualizados en el VII Congreso del PCC, la Conceptualización del Modelo Económico y Social Cubano de Desarrollo Socialista, así como lo previsto en el Plan Nacional

de Desarrollo Económico y Social hasta 2030 en su Propuesta de Visión de la Nación, Ejes y Sectores Estratégicos, se impone para Cuba la búsqueda de alternativas que tributen al desarrollo sostenible, lo que supone identificar desafíos agroproductivos, articular actores , promover y socializar iniciativas innovadoras privilegiando la participación de todos los sectores que tributan al desarrollo de los territorios.

La implementación en Cuba del Proyecto de Innovación Agropecuario Local (PIAL)) durante sus tres fases, ha generado evidencias que pudieran considerarse alternativas válidas de innovación agropecuaria, para ser implementadas en el actual y futuro contexto agropecuario cubano.

En su primera fase (2001-2006) introdujo por primera vez en el país el uso del Fitomejoramiento Participativo, así como el concepto de mejoramiento participativo de semillas, esa etapa se caracterizó por el desarrollo de las primeras ferias de diversidad genética y por el fortalecimiento de un tejido de agricultores experimentadores interesados en la selección y diseminación de semillas .También se demostró que cuando los agricultores y agricultoras deciden sobre las variedades que van a cultivar localmente se elevan significativamente los rendimientos, la diversidad y la integración social de los agricultores. En la segunda fase (2007-2011) se desarrollaron Centros Locales de Innovación Agropecuaria para involucrar a los actores locales; estas estructuras más adelante derivaron en las actuales Plataformas Multi actorales de Gestión, un sistema de relaciones entre actores locales para promover cambios continuos en los sistemas productivos con el fin de incrementar en cantidad y calidad los beneficios económicos, ambientales y sociales de las poblaciones metas.

En la tercera fase (2013-2017) se trabajó en consolidar los escenarios ya existentes desde la etapa anterior (45 municipios de 10 provincias) mediante la incidencia en políticas públicas locales y nacionales para difundir las buenas prácticas y el sistema de innovación, como contribución al autoabastecimiento alimentario previsto en las estrategias de desarrollo local.

A partir de los buenos resultados del Proyecto surge una nueva fase, esta tiene como objetivo el fortalecimiento e institucionalización del Sistema de Innovación Agropecuaria Local (SIAL) en los territorios, resultado de las lecciones y aprendizajes del PIAL en cada una de sus fases y que al decir de Ortiz et.al. (2015): constituye una propuesta de gestión participativa de la innovación y el desarrollo a nivel territorial, que busca fortalecer el sistema de innovación vigente en Cuba, al aportar un modelo que se ha construido mano a mano, entre gente de la ciencia y de la producción agropecuaria con el propósito de impulsar el desarrollo agroalimentario y local de los territorios.

La Implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria (SIAL), responde a esta necesidad y está relacionado con el Modelo de Gestión Económica y el enfoque propuestos en los Lineamientos (Lin. 17) referido a: Impulsar el desarrollo de los territorios a partir de la estrategia del país, de modo que se fortalezcan los municipios como instancia fundamental, con la autonomía necesaria, sustentables, con una sólida base económico-productiva, y se reduzcan las principales desproporciones entre estos, aprovechando sus potencialidades.

### **SITUACIÓN PROBLEMÁTICA**

En el contexto agropecuario del municipio San Cristóbal se observan procesos de degradación de los

suelos, existe más del 70% de las tierras en secano, existe poco aprovechamiento de los residuos productivos (en el caso del cultivo de la caña, la paja se puede utilizar como cobertura muerta, así como el bagazo y la cachaza, en el caso del cultivo del café, la cáscara se puede utilizar como materia orgánica al igual que la hoja), entre otras situaciones que afectan los rendimientos y niveles productivos de las cosechas, lo que evidencia la necesidad de crear una cultura agroecológica con un enfoque más participativo e interactivo en los diferentes actores del municipio para el logro de una agricultura sostenible y garantizar la seguridad alimentaria y nutricional.

A partir del análisis de los antecedentes anteriormente, se formula el siguiente **Problema científico de investigación**: ¿Cómo implementar el Sistema de Innovación Agropecuario Local en el municipio San Cristóbal de la provincia Artemisa?

**Objeto:** Proceso de innovación agrario municipal

**Objetivo general:** Diseñar un sistema de acciones con enfoque participativo para la implementación de un Sistema de Innovación Agropecuario Local (SIAL) en el Municipio San Cristóbal de la provincia Artemisa.

**Hipótesis:** Un sistema de acciones que proyecte una cultura agroecológica con un enfoque más participativo e interactivo en los diferentes actores del municipio logrará una agricultura sostenible y garantizará la seguridad alimentaria y nutricional.

## **II. DESARROLLO**

**El SIAL: una alternativa para el desarrollo local.**

**Base conceptual para su entendimiento**

El tema de la innovación ha sido objeto de análisis por diferentes autores, de aquí que resulte necesario

sistematizar conceptos medulares que ayudarán en la comprensión del proceso de implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria Local.

En la actualidad, en el contexto agropecuario, los procesos de innovación rural llevan consigo la necesidad de la creación y transformación de roles, capacidades humanas, profesionales y cambios institucionales. Considerándose “un proceso multifacético que requiere de la integración del conocimiento de múltiples fuentes. Para lograr que actores con diferentes perspectivas, intereses, roles y poderes, creen compromisos negociados que satisfagan las necesidades comunes (Ortiz, 2017:77).

Según Freeman (1987) un sistema de innovación es un conjunto relativamente estable e “institucionalizado” de relaciones entre diversos organismos - empresas, agencias gubernamentales, centros de investigación, bancos, entidades gremiales, etc.

Núñez (2014) plantea que un “Sistema de Innovación local es la articulación entre actores locales: gobiernos, cooperativas, campesinos, empresas, medios de comunicación, sector educacional, instituciones de salud, entre otros, fuertemente conectados con actores nacionales y extranjeros capaces de proveer de conocimientos, tecnologías, financiamiento y demás insumos para el desarrollo local”.

Estos criterios son tomados como referentes en esta investigación, al tener puntos convergentes en cuanto la misma está enfocada al desarrollo local y pretende lograr un proceso de aprendizaje interactivo que entraña implicación, compromiso, centrado en la cultura de la participación para lograr un efecto multiplicador entre los diferentes actores.

El SIAL reforzaría el liderazgo de los gobiernos municipales en los esfuerzos por el desarrollo local, no solo en la urgencia del desafío agroalimentario,

aunque las experiencias iniciales partieron de esta esfera, los procesos de innovación tomaron caminos diversos llegando a temas como el agroturismo, y la artesanía con productos naturales. El gobierno municipal es el actor local con mayor capacidad para organizar y liderar este sistema o al menos, habilitar funcionamiento.

Según Ortiz, la O y Miranda (2017) plantean que: un Sistema de Innovación Agropecuaria Local consiste en organizar localmente, la interrelación entre los actores que intervienen en el funcionamiento de las cadenas agroalimentarias de manera que:

- Se orienten los limitados recursos disponibles para la investigación a las necesidades concretas de los agricultores y los actores que integran las cadenas productivas.
- Se aproveche del saber local de los mismos agricultores y otros actores para estimular la diversificación y el incremento de la producción de forma sostenible.
- Se facilite el acceso de las unidades productivas y a otros actores de las cadenas a los conocimientos de sus homólogos en el territorio, de las universidades y los centros de investigación.

Por otro lado, plantean que los componentes del Sistema de Innovación Agropecuaria Local (SIAL) son:

- Las bases productivas y otros actores de las cadenas agroalimentarias
- Grupos de innovación Agropecuarios Locales (GIALs)
- Plataformas multiactorales de gestión (PMG)
- Equipo auxiliar de facilitación /catalización
- Gobierno municipal
- Universo institucional y organizacional representado localmente.

A continuación, se analizan los componentes del SIAL:

Grupos de innovación Agropecuarios Locales (GIALs): Constituyen el nivel básico de la organización social de la innovación que propone el SIAL, articula a actores aliados ante demandas de desarrollo, que innovan para generar soluciones en el ámbito socioeconómico y productivo, son sectores con desafíos e intereses comunes, beneficiarios directos de la innovación, aglutinados por un desafío o demanda común.

Por ejemplo, un grupo de personas agricultoras con interés en producir semillas de frijol certificadas localmente.

Plataformas Multiactorales de Gestión (PMG): espacios de concertación y articulación de actores, que se caracterizan por la participación protagónica de individuos agro productores y campesinos. En ella se concilian intereses, agendas, políticas, programas y acciones concretas, que responden y enriquecen las estrategias municipales de desarrollo. Se materializan además propuestas de solución a los “cuellos de botella” existentes en las cadenas agroalimentarias del territorio. Son un punto de encuentro entre los Grupos de Innovación Agropecuarios Local (GIALs), instituciones, organizaciones y el gobierno municipal, para gestionar coordinadamente los desafíos de desarrollo. A este nivel, se reconfiguran estos retos para que sean compatibles con los intereses de todas las personas, y de este modo orientar la acción colectiva hacia el desarrollo integral de los territorios.

Equipo Auxiliar de Facilitación: se trata de personas con capacidades para facilitar, dinamizar o catalizar el funcionamiento de las estructuras del sistema y procesos concretos de innovación. Pueden proceder de múltiples instituciones y se retiran una vez alcanzado ese propósito. Para la formación de este equipo se propone el Programa de Diplomado.

Gobierno local: gestiona y coordina el SIAL para hacer corresponder las demandas locales de innovación agropecuaria con las prioridades de desarrollo a nivel territorial. También posibilita un vínculo orgánico con el SCIT. Es el actor a nivel territorial con mayor capacidad para instrumentar el sistema y liderarlo. Asimila las demandas locales de desarrollo y las compatibiliza con los intereses municipales, supramunicipales e institucionales para construir las estrategias de desarrollo local.

Instituciones y organizaciones: acompañan, apoyan y facilitan los procesos de innovación. Enriquecen los desafíos locales de desarrollo y los conectan con sus propias agendas y retos nacionales. Entre esas instituciones y organizaciones se encuentran la Asociación Nacional de Agricultores Pequeños (ANAP), las Universidades y Centros de investigación. Por esta vía, el SIAL se conecta con el Sistema de Ciencia, Innovación y Tecnología (SCIT), al que incorpora a campesinos y campesinas, que de otro modo, permanecerían al margen. El SIAL asume como principios la participación, el protagonismo colectivo y el diálogo de saberes.

Un concepto medular para la implementación del SIAL, que responde a una necesidad del contexto del municipio San Cristóbal es el concepto de participación, la autora comparte el criterio de Ortiz cuando señala que participación es: unproceso en el que se forma parte, se tiene parte y se es parte. Formar parte es pertenecer y ese sentimiento de pertenecía contiene además el compromiso, de esta manera la persona se siente incluida e implicada. Tener parte presupone comunicación, procesos de cooperación y competencia y asunción de roles. Tomar parte significa decidir e incluye el aspecto de la conciencia de que se debe y que se puede incidir en los acontecimientos a partir de un análisis crítico de las necesidades y problemas. (Ortiz, et al, 2017:79).

La participación es un proceso de integración y articulación social, a los efectos de los componentes del SIAL constituye una herramienta práctica, un principio básico para su implementación.

La participación no es un cambio que se logra lineal se va produciendo a partir de la acumulación de experiencias. La participación es un cambio cultural. La historia como punto esencial para aprender y desaprender.

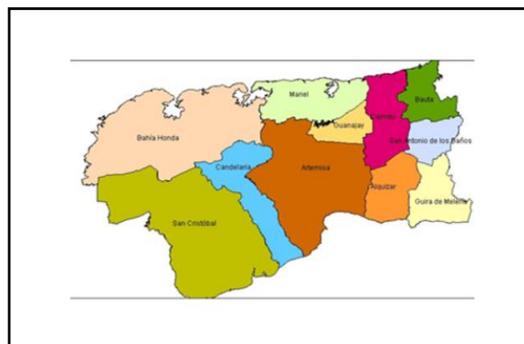
### ANÁLISIS DEL CONTEXTO AGROPECUARIO DEL MUNICIPIO SAN CRISTÓBAL

El municipio de San Cristóbal, perteneció a la provincia de Pinar del Río, hasta la aplicación de la nueva división Político-Administrativa, en enero del 2011, convirtiéndose en la porción más occidental de Artemisa. Limita al norte con el Municipio de Bahía Honda, al este con Candelaria, al oeste con Los Palacios y la Palma y al sur con el Mar Caribe.

Posee una extensión territorial de 936,20 Km<sup>2</sup>, por lo que ocupa el segundo lugar en la provincia, abarcando un área de 936,20 km<sup>2</sup> de tierra firme, de geografía diversa, cuenta con 308,95 Km<sup>2</sup> de montaña la que representa el 33 % del total del área del municipio ubicada hacia el Norte, una superficie acuosa de 29,75 Km<sup>2</sup>, una extensa franja llana en el centro y una zona costera en el Sur.

El conjunto orográfico principal es la Cordillera de Guaniguanico que divide longitudinalmente al territorio, con dos formaciones diferentes: Sierra de los Órganos, al oeste y la Sierra del Rosario al Este, desarrollándose en ambas el “Plan Turquino con 936,18 km<sup>2</sup> que corresponde a 0,02 km<sup>2</sup> de cayos adyacentes. Posee 6 seis tipos de Suelos en las diferentes categorías con vocación para diversos cultivos, lo que implica la necesidad de una cultura en función del mejoramiento de los suelos.

Posee una población de 71 420 habitantes, con una densidad poblacional de 75,3 habitantes por Kilómetro cuadrado. Cuenta con 12 Consejos Populares y 12 Consejos de Defensa, 57 Asentamientos Poblacionales, de ellos 6 Urbanos y 51 Rurales. Ver figura 1



Representación del municipio San Cristóbal en la provincia de Artemisa.

Fuente: Esquema de ordenamiento territorial (2016)

Desde el punto de vista económico la base predominante es la agricultura, el municipio posee una superficie agrícola de 52871,45 ha, de las que están bajo riego 5 017,13 ha. Se dedican a cultivos permanentes 19 751,47 ha de ellas a caña de azúcar 14 169,09 ha, café 2 218,43 ha, plátano 200,17 ha. Cítricos, 13,95 ha y a frutales 277,83 ha. A los cultivos temporales se dedica un área de 16 319,71 ha, los granos 4684,73, de ellas para arroz 4073,07, Frijol 163,44 ha, maíz 407,15 y otros granos 41,07 ha, hortalizas 235,41 ha. (Ver Anexo1)

Entre los actores de la producción agropecuaria local se encuentran 39 formas productivas, (ver anexo 2) 360 fincas de ganado mayor, 460 pertenecientes a cultivos varios, 302 de café, 160 de arroz, 120 de caña y 40 de frutales, 60 Organopónicos con 28.6 hectáreas, 37 Huertos con 28,7ha, un Hidropónico con 4 ha, 3918 Parcelas y 5005 Patios.

El municipio cuenta con la Empresa Agropecuaria, Empresa Azucarera, Empresa Agroforestal y Cafetalera, existe 1 Molino Arrocerero, 1 despulpadora de café, establecimientos avícolas y de desarrollo porcino, un Centro procesador de Pescado, con una

Estación de Alevinaje, una Fábrica de Productos Lácteos que presta servicio a los municipios del occidente de la provincia, una Planta de Prefabricado, una Fábrica de Lozas de Azotea, una Fábrica de Piensos.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

#### **Materiales y métodos. Metodología utilizada**

La investigación se desarrolló bajo el enfoque **dialéctico-materialista** como método general de las ciencias permitió analizar el objeto de investigación desde todas sus perspectivas de desarrollo, buscar las contradicciones dentro de los elementos que lo conforman y llegar a lo principal del fenómeno que se trata. Como método universal, permitió la interpretación de la realidad, la cual sirvió de base metodológica en la recopilación de información y datos, desde la sistematización

#### **Entre los métodos teóricos utilizados en la investigación se encuentran:**

El **Histórico-lógico**, para sistematizar, actualizar, contextualizar y conceptualizar conocimientos generales sobre el Sistema de Innovación Agropecuario Local con un enfoque participativo y contextualizado al municipio San Cristóbal.

El método **analítico-sintético**, las consultas de valiosos materiales bibliográficos, permitió crear los límites y encontrar el tejido de los principales elementos que son descritos en los referentes teóricos y metodológicos sobre el tema que se aborda.

El **análisis documental**, para recopilar la información necesaria, se analizaron documentos emitidos por: Instituciones locales como ONEI, CITMA, Consejo de Administración Municipal, Dirección de Estadísticas, Dirección de Economía y Planificación, ANAP, Dirección de la Agricultura, Dirección de Trabajo y Seguridad Social, lo que permitió

identificar fortalezas y debilidades del contexto agropecuario y socio económico del municipio.

#### **Técnicas**

**Entrevista semi-estructurada.** Con el objetivo de evaluar el nivel de conocimiento de los actores locales que intervienen en el establecimiento del Sistema de Innovación Agropecuario Local.

### **CARACTERIZACIÓN DE LOS SUBPROGRAMAS Y PROGRAMAS PRESENTES EN EL TERRITORIO**

#### **SUBPROGRAMA DE SEMILLAS**

En el territorio existen 4 fincas especializadas en la obtención de semillas de calidad, una finca de semilla botánica de hortalizas con 4 ha que obtiene semilla fiscalizada, finca de semilla Agámica de viandas de 4ha banco de Semilla Registrada de caña con 60ha y banco de semilla Certificada de caña con 54ha.

Es de destacar que en la producción de semilla de caña está integrado el sistema que va desde la producción de semilla con categoría Original y Básica en los Institutos de Investigación hasta la de categoría Certificada que es producida de manera controlada y se controlan las pruebas de comportamiento de las nuevas variedades en estudio, así como la producción de semillas con Categoría Básica.

#### **PROGRAMA DE DESARROLLO GANADERO**

El municipio cuenta con una masa total de 44227 de ellas 37 014 son vacunos y 7 213 équidos. Se desarrolla el programa ganadero en dos acciones fundamentales, desarrollo lechero y desarrollo de cría y ceba con el fin de satisfacer las demandas de consumo del municipio y contribuir a la sustitución de importaciones.

#### **PROGRAMA DE DESARROLLO LECHERO**

En esta esfera se trabaja con intensidad para recuperar todas las vaquerías típicas que tenía la Empresa Agropecuaria, ya que el país ha realizado un esfuerzo

para realizar la compra de los equipos de ordeño mecanizado que se pondrán en todas las unidades que se vayan recuperando paulatinamente, Actualmente se cuenta con un equipo de 25 posiciones en la UEB San Cristóbal en la vaquería La Coronela

### **PROGRAMA DE PRODUCCIÓN FORESTAL**

EL patrimonio forestal del municipio “San Cristóbal” es de 93 494 ha, de estas existe una superficie cubierta de 26 673.9 ha, de ellas, 981.7 ha de plantaciones jóvenes, 18285.3 ha de bosques naturales, 2356.3 ha de plantaciones establecidas, cuenta con una superficie deforestada de 1329.50 ha y 3721.1 ha de superficie inforestal.

En la actividad forestal intervienen dos unidades silvícolas, la UEB Silvícola Montaña y UEB Agroindustrial forestal las cuales pertenecen a la Empresa Agroindustrial Forestal. Entre sus principales renglones productivos se encuentra la madera aserrada nacional y la madera en bolos, además de tener como finalidad la creación y mantenimiento de áreas forestales para la protección de suelos, la comercialización de producciones resultantes de las atenciones culturales que se le realicen a las plantaciones (madera rolliza, carbón vegetal y madera para combustible).

### **PROGRAMA DE SANIDAD VEGETAL**

Existen un CREE (Centro de Reproducción de Entomófagos y Entomopatógenos) El cual tiene como objetivo la producción de medios biológicos, así como el conocimiento y control de la demanda y nivel de cobertura de los medios biológicos por línea de producción para los cultivos del municipio.

El CREE desarrolla como líneas productivas, Trichoderma y tabaquina, cuenta con medios de producción como ,4 autoclaves, tarrina, agua destilada alcohol, hilo, materia prima (cabecilla), cepa de producción certificada, meseta sin poros, cuarto de

secado, cuarto de crecimiento, cuarto de siembra con cristal visor, aire acondicionado, refrigerador, mechero. Entre las principales deficiencias se pueden destacar la falta de mantenimiento a los equipos, falta de insumos para producir (Paja de arroz).

### **ANÁLISIS DEL CONTEXTO DE LA INNOVACIÓN EN EL TERRITORIO**

En la localidad existen evidencias que demuestran las fortalezas de la innovación, que a continuación se analizan:

El municipio cuenta con un Centro Universitario Municipal, que representa a la Universidad de Artemisa, el cual junto al CITMA y otros actores gestionan el trabajo relacionado con la ciencia y la innovación en el territorio.

Existen en el territorio centros que potencian la formación profesional: 2 Escuelas Politécnicas; de ellas, una está ubicada en el Plan Turquino, cuya responsabilidad es formar técnicos para la agricultura, 2 Preuniversitarios territoriales, 1 Facultad Obrera y 1 Facultad de Medicina,

Las empresas del territorio cuentan con un Consejo Técnico Asesor el cual desarrolla la actividad innovadora, dirige los eventos de ciencia y técnica, realiza los Fórum, escenario que impulsa y desarrolla la innovación.

Evidencia de la destacada participación del municipio en este rubro es que en los últimos 3 años el municipio y la Empresa Agropecuaria han obtenido el primer lugar en los Eventos Provinciales, por la cantidad y calidad de los trabajos presentados.

En la implementación de prácticas agroecológicas, el municipio fue premiado en el IV Encuentro del movimiento agroecológico: Campesino a Campesino, por un trabajo con la temática de producción de miel de abeja agroecológica y la producción de abejas reinas, realizado por un productor.

Vale destacar el trabajo que realiza el CREE en el territorio en función de la agroecología, el municipio cuenta con 4 fincas con la condición de la VI Corona por la implementación de las prácticas agroecológicas en el Movimiento de la agricultura urbana, suburbana y familiar.

Se cuenta con una UEB que fabrica piezas de repuesto de la maquinaria en la provincia, en la cual se han realizado más de 50 innovaciones a la nueva tecnología sustituyendo piezas que el país no puede adquirir, se han activado equipos que se encontraban inactivos.

Existen fuentes de financiamiento de proyectos, como PADIT, PRODEL, Conectando paisajes, Electrificación a través de paneles solares.

Lo anteriormente analizado avala la posibilidad real desde el entorno de la innovación de implementar el SIAL en el territorio.

#### **Fortalezas y debilidades para implementar el Sistema de Innovación Agropecuaria Local en el municipio San Cristóbal**

Hasta el momento se ha analizado el contexto agropecuario y de la innovación en el municipio San Cristóbal, sería necesario cuestionarse qué debilidades, amenazas, fortalezas y oportunidades que existen para asumir la transformación cualitativa del sector agropecuario local, analizar además, en qué medida puede asumirse el SIAL como alternativa necesaria para un desarrollo sostenible.

#### **DEBILIDADES**

El trabajo de investigación realizado, las entrevistas a los diferentes actores locales, así como la consulta de documentos arrojó que aún existen en el municipio debilidades que obstaculizan el desarrollo agropecuario local, entre ellas se encuentran:

1. Insuficiente gestión y financiamiento para la adquisición de materiales y tecnologías necesarios para el desarrollo local.

2. Poco desarrollo de las mini industrias como alternativa alimentaria
3. Insuficiente disponibilidad de semilla, por lo que los productores tienen que producir la semilla sin certificar.
4. Bajo por ciento de los suelos de categoría I (8%) y categoría II (16%), por lo que se categorizan los mismos deficientemente productivos.
5. Pobre accionar de capacitación de las bases productivas con sus productores.
6. Éxodo de fuerza calificada a sectores más estimulados
7. Bajo por ciento del nivel técnico y profesional en el capital humano de las bases productivas
8. Insuficiente articulación entre los actores locales
9. Poco aprovechamiento de los residuos de los procesos productivos generados en las despulpadoras, micro-ordeños, cebaderos, instalaciones porcinas y naves avícolas etc.

#### **AMENAZAS**

1. Insuficiente motivación por el desarrollo local por los diferentes actores sociales implicados.
2. Insuficientes recursos para el desarrollo de los objetivos estratégicos relacionados con el SIAL
3. Desarticulación de los actores y proceso para organizar adecuadamente el SIAL.
4. Bloqueo económico, financiero y comercial contra Cuba

#### **FORTALEZAS**

1. Capacidad de la dirección del gobierno local para apoyar programa de desarrollo local.

2. El municipio cuenta con una Estrategia de Desarrollo Municipal en la cual el sector agropecuario constituye la línea estratégica número 1.
3. Interés y compromiso por parte de la Dirección de la Agricultura para incorporar el SIAL en el territorio.
4. Presencia de líderes campesinos en el territorio con capacidad para llevar adelante acciones de innovación.
5. Motivación de los productores(as) por incorporar el SIAL en el territorio.
6. Desarrollo de la Agroindustria: azucarera, cafetalera, forestal, agropecuaria, avícola, apicultura y acuícola.
7. Estrategia ambiental ajustada a las condiciones del municipio.
8. Establecimiento de políticas locales que favorecen la equidad de género.
9. Utilización de Fuentes Renovables de Energía

#### OPORTUNIDADES

1. Existencia de un SIAL y su articulación con proyectos que se desarrollan en el territorio
2. Necesidad de las autoridades locales de asesoría en los SIAL.
3. Voluntad política de las autoridades locales para la implementación de los SIAL.
4. Existencia de fuentes externas de financiamiento para la implementación del SIAL
5. Existencia del Grupo de Desarrollo Local

#### RESULTADOS DE LA DAFO

De acuerdo con el análisis de la Matriz DAFO concebida para las etapas del Sistema de Innovación Agropecuaria Local (SIAL) para el municipio San

Cristóbal, según el diagnóstico estratégico, lo coloca en una **posición ofensiva** que corresponde al primer cuadrante (**Fortalezas con oportunidades, con un total de 121 puntos**), lo que significa que potencian las fortalezas y aprovechan las oportunidades. Ver figura 2

|                    | Oportunidades |    |    |    |    |    | Amenazas   |    |    |    |   |           |
|--------------------|---------------|----|----|----|----|----|------------|----|----|----|---|-----------|
|                    | No.           | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | Subtotal   | 1  | 2  | 3  | 4 | Subtotal  |
|                    | 1             | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 15         | 3  | 3  | 3  | 0 | 9         |
|                    | 2             | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 15         | 3  | 3  | 3  | 0 | 9         |
|                    | 3             | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 15         | 1  | 1  | 2  | 0 | 4         |
|                    | 4             | 3  | 2  | 3  | 3  | 2  | 13         | 3  | 2  | 2  | 0 | 7         |
|                    | 5             | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 15         | 3  | 2  | 3  | 2 | 10        |
|                    | 6             | 2  | 1  | 3  | 3  | 3  | 12         | 1  | 2  | 2  | 1 | 6         |
|                    | 7             | 3  | 3  | 2  | 2  | 3  | 13         | 2  | 2  | 3  | 1 | 8         |
|                    | 8             | 3  | 2  | 2  | 1  | 3  | 11         | 1  | 0  | 1  | 0 | 2         |
| <b>Fortalezas</b>  | 9             | 2  | 2  | 3  | 2  | 3  | 12         | 0  | 2  | 1  | 0 | 3         |
| <b>Subtotal</b>    |               | 25 | 22 | 25 | 23 | 26 | <b>121</b> | 17 | 17 | 20 | 4 | <b>58</b> |
|                    | 1             | 3  | 1  | 0  | 3  | 3  | 10         | 3  | 3  | 3  | 3 | 12        |
|                    | 2             | 1  | 2  | 0  | 1  | 3  | 7          | 3  | 3  | 2  | 0 | 8         |
|                    | 3             | 3  | 0  | 0  | 2  | 3  | 8          | 3  | 3  | 3  | 3 | 12        |
|                    | 4             | 2  | 0  | 0  | 0  | 3  | 5          | 2  | 3  | 1  | 0 | 6         |
|                    | 5             | 3  | 3  | 0  | 0  | 2  | 8          | 2  | 3  | 2  | 0 | 7         |
|                    | 6             | 3  | 0  | 0  | 0  | 3  | 6          | 3  | 3  | 2  | 0 | 8         |
|                    | 7             | 3  | 2  | 1  | 1  | 3  | 10         | 2  | 2  | 1  | 0 | 5         |
|                    | 8             | 3  | 3  | 3  | 0  | 3  | 12         | 3  | 3  | 3  | 0 | 9         |
| <b>Debilidades</b> | 9             | 3  | 2  | 0  | 3  | 2  | 10         | 1  | 2  | 2  | 0 | 5         |
| <b>Subtotal</b>    |               | 24 | 13 | 4  | 10 | 25 | <b>76</b>  | 22 | 25 | 19 | 6 | <b>72</b> |

Figura 2. Resultados de la DAFO

Fuente. Elaboración propia

Considerando los resultados alcanzados en el diagnóstico estratégico, y los resultados de la matriz DAFO, se propone el sistema de acciones con enfoque participativo para la implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria Local en el municipio San Cristóbal.

#### Sistema de acciones con enfoque participativo para la implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria Local en el municipio San Cristóbal.

El sistema de acciones está concebido teniendo en cuenta las etapas del SIAL, no obstante, a que el Municipio San Cristóbal ya ha realizado acciones en función de la implementación del mismo desde el mes de agosto de 2018, con la inserción del territorio en el Taller que dio inicio a la Cuarta Fase del Proyecto, se proponen acciones desde la primera etapa.

Las acciones que se diseñan van enfocadas al fortalecimiento de la participación, la articulación de actores a nivel local, lo que permitirá resultados productivos con una gestión colegiada, eficiente y con equidad. Ver figura 3

| No  | Acciones  | Responsable   | Fecha                             |
|---|---|---|-----------------------------------|
| <b>Formar el Grupo Auxiliar de Facilitación/Catalización</b>  |   |   |                                   |
| 1   | Taller de sensibilización con Gobierno, PCC, profesores del Centro Universitario Municipal, CITMA, ANCAP, FNIC, Dirección Agricultura.                                | Equipo Provincial PLAL  | may-19                            |
| 2   | Despacho con líderes políticos y de gobierno.<br>Entrega de productos comunicativos, como tutorías con información del SIAL.  | Equipo Provincial PLAL  | may-19                            |
| 3   | Taller de intercambio con el Grupo de Desarrollo Local el CAMI y CUM.<br>Entrega de productos comunicativos, como plegables y tutoriales con información del SIAL.    | Grupo auxiliar de facilitación                                      | may-19                            |
| 4   | Concertar con el Consejo de la Administración, delegado de la Agricultura, CITMA, ANCAP, CUM espacios que propicien oportunidades para la selección de facilitadores. | Grupo auxiliar de facilitación                                      | may-19                            |
| 5   | Creación de equipo de facilitación/catalización para la implementación del SIAL para el desarrollo agropecuario local.  | Grupo auxiliar de facilitación                                      | may-19                            |
| 6   | Actividades de socialización del Diplomado Nacional y convocatoria al Diplomado Provincial.   | Equipo de coordinación municipal                                    | Abril-Mayo                        |
| 7   | Realización del diplomado provincial con la participación de  | Equipo de coordinación Municipal Provincial                         | Según cronograma provincial       |
| 8   | Divulgación por la Radio Local del desarrollo del Proyecto en el territorio   | Comunicador del proyecto  | permanente                        |
| <b>Realizar actividades generadoras de zonas de aprendizajes</b>  |   |   |                                   |
| 7   | Diagnóstico en la comunidad para identificar actores, intereses y demandas.   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 8   | Generación de espacios de socialización entre productores a nivel de consejos populares, municipio  | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 9   | Encuentros interactivos entre especialistas de agroecología y productores y visita a fincas con buenas prácticas en esta esfera.                                      | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| <b>Definir grupos de innovación agropecuarias locales y plataformas multactorales de gestión y facilitar su funcionamiento.</b> |   |   |                                   |
| 10  | Mapeo de fincas para identificar grupos de innovación agropecuaria local (OLAL)   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 11  | Concertación de espacios de intercambio entre productores en fincas, unidades productivas y centros de investigación.   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 12  | Creación de los (OLAL)  | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 13  | Construcción colectiva del Plan de acción y Plan anual de la Plataforma   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 14  | Realización de Festival de Innovación   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 15  | Solucionar demandas del desarrollo local a partir de proyectos en función de los que están en cartera de ejecución del SIAL.  | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 16  | Divulgación por la Radio Local del desarrollo del SIAL en el territorio.  | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 17  | Gestión del conocimiento y la innovación en función de intereses y necesidades de productores y desarrollo local.   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| <b>Planificar estrategias de desarrollo agropecuario local que tengan en cuenta los ciclos</b>                                  |   |   |                                   |
| 18  | Asesorar la actualización del Programa de Desarrollo Local teniendo en cuenta los ciclos de gestión del SIAL.   | Equipo auxiliar de facilitación                                     | de                                |
| 19  | Mapeo de los niveles de percepción de los problemas, potencialidades y demandas.  | Gobierno municipal, Equipo de facilitación, Universidad y OLAL      | Permanente                        |
| 20  | Socialización del funcionamiento y resultados de los OLAL al contenido municipal.   | Medios de comunicación local y provincial (Radio, TV San Cristóbal) | Permanente                        |
| <b>Conciliar las demandas locales con políticas y estrategias municipales de desarrollo agropecuario</b>                        |   |   |                                   |
| 21  | Promover talleres de intercambios para conciliar demandas de la estrategia con estas identificaciones en el contexto productivo.                                      | Equipo de facilitación, Universidad y OLAL                          | Según demandas de los productores |
| 22  | Visitar e intercambiar las experiencias de avanzada de productores en procesos innovativos locales o emprendimientos locales.   | Equipo de facilitación, Universidad y OLAL                          | Sept-DIC 2020                     |
| 23  | Generación de espacios para la socialización de la experiencia acumulada y las buenas prácticas.  | Gobierno municipal, Equipo de facilitación, Universidad y OLAL      |                                   |
| 24  | Participación en eventos convocados por las diferentes organizaciones de masas, políticas y OLAL.   | Gobierno municipal, Grupo de facilitación, Universidad y OLAL       | Permanente                        |
| 25  | Intercambio de experiencias con productores (ca) de otros municipios, artemisa, gósta de melena, San Antonio de los Baños   | Gobierno municipal, Grupo de facilitación, Universidad y OLAL       | Segundo trimestre                 |
| 26  | Divulgación del funcionamiento, resultados e impactos del SIAL en el territorio.  | Medios de comunicación Local (Radio, TV, Antena)                    | Permanente                        |
| 27  | Sistematización de las BP   | EF, CAM, GLA  | Permanente                        |

Figura 3. Sistema de acciones

Fuente. Elaboración propia

## CONCLUSIONES

- ✓ Los referentes conceptuales aportan una visión transdisciplinar necesaria para implementar un modelo de desarrollo local integral que incorpora dimensiones económicas productivas, ambientales y socio culturales pertinentes para la implementación de un

Sistema de Innovación Agropecuaria Local (SIAL).

- ✓ La caracterización del contexto agropecuario y de la innovación en el municipio permitió confirmar la existencia de fortalezas y debilidades que demandan la necesidad de buscar nuevas formas de interactuar con los diferentes actores con un enfoque más participativo.
- ✓ El análisis de las fortalezas y debilidades demostraron la necesidad de implementar un Sistema de Innovación Agropecuario local (SIAL) en el municipio.
- ✓ El plan de acción elaborado está basado en la realidad contextualizada del municipio por lo que tiene la intención de contribuir de manera concreta al desarrollo agropecuario en el municipio San Cristóbal con enfoque participativo.

## Referencias Bibliográficas

Ortiz, R., la O, M. y Miranda, S (2017); El Sistema de Innovación Agropecuaria Local. Conformación y funcionamiento. *Hacia una gestión participativa del desarrollo local: Texto de apoyo al diplomado para la implementación del Sistema de Innovación Agropecuaria Local*, Mayabeque: INCA.

Freeman, C. (1987): *Technology policy and economic performance - Lessons from Japan*, Pinter Publ., Londres.

Núñez, J. (2014). Universidad, Conocimiento, Innovación y Desarrollo local. Editorial Universitaria. Félix Varela. La Habana.

Ortiz R.,M.La O ,S.Miranda y T. Rosello: Sistema de innovación agropecuario local (SIAL):por un enfoque participativo en la gestión del desarrollo .Documentos de trabajo del proyecto de innovación agropecuario local (PIAL),2015,16p

**ANEXO 1****Tabla 1:** Producciones agropecuarias del Municipio San Cristóbal (2013-2017)

| PRODUCTOS                                | UM             | 2013            | 2014            | 2015            | 2016            | 2017            |
|--|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| Viandas                                  | Miles t        | 9,6             | 11,7            | 11              | 13,5            | 9,1             |
| Hortalizas                               |                | 17,6            | 18,3            | 21,3            | 7               | 21,9            |
| Arroz cáscara humedo                     |                | 3,5             | 2,2             | 1,7             | 1,6             | 1,4             |
| Maíz                                     |                | 1,4             | 2,2             | 1,6             | 1,9             | 2,6             |
| Frijol                                   |                | 0,6             | 0,9             | 0,7             | 0,4             | 0,7             |
| Tabaco                                   |                | 0,1             | 0,1             | -               | -               | -               |
|  |                | 0               |                 |                 |                 |                 |
| Cítricos                                 |                |                 | 0               | 0               | 0,2             | 0,1             |
| Frutas totales                           |                | 2,6             | 3,7             | 3,9             | 2,2             | 5,2             |
| Café                                     |                | 0,1             | 0               | 0               | 0               | 0               |
| <b>Entrega a sacrificio total</b>        | <b>Miles t</b> | <b>1,4</b>      | <b>1,6</b>      | <b>1,7</b>      | <b>1,8</b>      | <b>1,6</b>      |
| Vacuno                                   |                | 0,9             | 1               | 1,1             | 1,1             | 1,1             |
| Porcino                                  |                | 0,4             | 0,5             | 0,6             | 0,7             | 0,5             |
| Aves                                     |                | 0               | 0               | 0               | 0               | 0               |
| Ovino-Caprino                            |                | 0               | 0,1             | 0               | 0               | 0               |
| <b>Leche</b>                             | <b>Miles l</b> | <b>3.746,00</b> | <b>3.919,90</b> | <b>4.239,00</b> | <b>4.310,70</b> | <b>3.683,40</b> |
| Vacuno                                   |                | -               | 3.919,90        | 4.238,50        | 4.310,70        | 3.683,40        |
| Caprino                                  |                | -               | -               | 0,5             | -               | 0               |
| Búfalo                                   |                | 3,5             | -               | -               | -               | -               |
| Huevos                                   | MU             | 2,2             | 0,4             | 1,1             | 1,1             | 0,1             |
| (*) Excluye los patios y parcelas        |                |                 |                 |                 |                 |                 |
| Fuente: Oficina Municipal de Estadística |                |                 |                 |                 |                 |                 |

Fuente: ONEI, 2018

**Anexo 2.****Tabla 2** Resumen de Unidades Productoras vinculadas a Empresas y OSDE

| EMPRESAS                   | OSDE          | UBPC         | CPA             | CCS                  | UEB                    |
|----------------------------|---------------|--------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| Emp. Agrop S/Cristobal     | GEAF Artemisa | Yucayo       |                 | Camilo Cienfuegos    | UEB Comandante Pinares |
|                            | GEAF Artemisa | El Mango     |                 | Combate de Río Hondo | UEB San Cristobal      |
|                            | GEAF Artemisa | Hidropónico  |                 | Leopoldo reyes       | UEB Granja Urbana      |
|                            | GEAF Artemisa | La Victoria  |                 | Antonio Guiteras     | UEB Mejora Ganado      |
|                            | GEAF Artemisa | El Gozo      |                 | Carlos Concepción    | UEB Veterinaria        |
|                            | GEAF Artemisa | Aspiro       |                 | Guillermo castillo   |                        |
|                            | GEAF Artemisa | Mango Jobo   |                 | Celia Sánchez        |                        |
| Emp. Azucarera de Artemisa |               |              | 14 de Junio     | Irma Echeverría      | APA 30 de Nov          |
|                            | AZCUBA        | Sumalacara   | Leopoldo Reyes  | JoseReyez Trujillo   |                        |
|                            | AZCUBA        | Rafael Ferro | JoseMarti       | Manuel G Diaz        |                        |
|                            | AZCUBA        | JoseMarti    |                 |                      |                        |
| EFI Costa Sur              | Agro Forestal | Las Lajas    | 17 de Mayo      | Francisco Delgado    | UEB Silvicola          |
|                            | Agro Forestal | Los Tumbos   | Modesto Serrano | Jesús Fernández      | UEB Café               |
|                            | Agro Forestal |              | 26 de Julio     | Basilio Caraballo    |                        |
|                            | Agro Forestal |              | Oriando Nodarse | Juan Rodríguez       |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Isidro Poso          |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Jesús Menéndez       |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Epifanio Milán       |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Maximo Cenen Paez    |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Cesensio Rodríguez   |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Jose A. Palacio      |                        |
|                            | Agro Forestal |              |                 | Fran País            |                        |

Fuente. Dirección de la agricultura, 2019

**Anexo 3** Entrevista a Gobierno, CUM, Directivos de la Empresa Agropecuaria, Dirección de la Agricultura.

1. ¿Cuáles son las principales producciones agropecuarias del municipio?
  2. ¿Existe estrategia de desarrollo municipal? ¿Qué lugar ocupa el desarrollo Agropecuario en la estrategia? ¿Qué papel tiene el gobierno municipal?
  3. ¿Qué acciones se propone el municipio para lograr el desarrollo Agropecuario?
  4. ¿Cuáles son los principales actores de la producción agropecuaria en el Municipio? ¿Qué otros actores se deberían incorporar y por qué?
  5. ¿Están articulados los actores o trabajan desde sus propios objetivos y agendas?
  6. ¿Es sostenible el modelo de desarrollo agropecuario que se proponen los Municipios de actuación? ¿Por qué?
  7. ¿Qué tipo de agricultura implementan? (¿sobre bases agroecológicas?).
  8. ¿Cómo calificaría el nivel de sostenibilidad del modelo y las tecnologías Implementadas y por qué?
  9. ¿Cuáles son a su criterio las principales brechas de sostenibilidad (económica, social, tecnológica y ambiental) del sistema productivo predominante?
- Anexo 4. Entrevista (Gobierno, Universidad, sector productivo)

1. ¿Existe un espacio de concertación en el municipio? ¿Quiénes participan? ¿Con qué frecuencia?
2. ¿Existen estrategias, programas y proyectos agropecuarios para impulsar el desarrollo local? Identificar las líneas estratégicas.
3. Identificar correspondencia entre las prioridades de la innovación agropecuaria local y los resultados innovativos.
4. Realizar breve análisis de los principales APILs (arreglos productivos locales) presentes en el municipio.
5. Identifique las acciones promovidas en el municipio hacia el SIAL.
6. Identifique las brechas que limitan al SIAL con base al ciclo de gestión que este promueve.
7. Ejemplifique, dónde está funcionando el SIAL, ¿cómo se da la participación, el protagonismo colectivo y el diálogo de saberes?
8. ¿Existe Red de conocimiento e innovación para el desarrollo del municipio de actuación? ¿Cómo está estructurada? ¿Cómo funciona? Mencione los principales resultados en el ámbito agropecuario.
9. ¿Cuáles son las principales fuentes de financiamiento que existen en el Municipio para impulsar el desarrollo local?

10. ¿Qué potencialidades para la gestión del conocimiento identifica en los municipios de actuación: centros de docencia e investigación, otros actores de la innovación en el municipio (aunque no sean parte de redes de conocimiento e innovación)?
11. ¿Qué conocimiento relevante se ha producido en estos municipios ¿Qué conocimientos tradicionales existen en el municipio? ¿Cómo se distribuye y se usa?

# LA IMPORTANCIA DEL ANÁLISIS DE SATISFACCIÓN DEL CLIENTE

MTI. José Arturo Bustamante Lazcano, Mtro. José Antonio Morales Flores, MTI. Cristian Alonso Palma Sifuentes  
 TecNM/I.T.S. de la Sierra Negra de Ajalpan  
 arturobl00@msn.com  
 jantomorales@hotmail.com

## Resumen.

Medir la satisfacción que se produce con un servicio o un producto en los clientes o consumidores es una tarea que debe realizarse mediante una metodología y planeación, el presente artículo muestra seis métodos que en determinado espacio y necesidad apoyaran a esta labor, cada una de ellas se expresa de manera general buscando brindar al lector una idea panorámica de los mismos. En la primera sección abordamos de forma breve un análisis del perfil del cliente como pieza clave para la correcta aplicación de los métodos.

## Palabras Clave.

Cliente, Satisfacción, Método, Análisis.

## Abstract

Measuring the satisfaction that occurs with a service or a product in customers or consumers is a task that must be used through methodology and planning. This article shows six methods that in a given space and need support this workforce, each one of them is expressed in a general way seeking to give the reader a panoramic idea of them. In the first section we briefly address an analysis of the customer profile as a key piece for the correct application of the methods.

## Keywords.

Customer, Satisfaction, Method, Analysis.

## 1. INTRODUCCIÓN

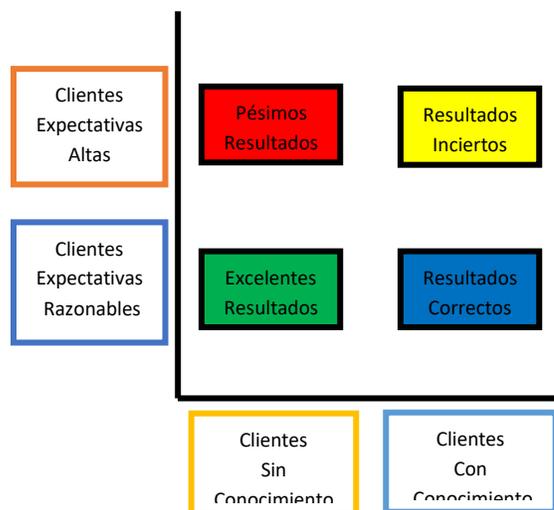
El análisis del comportamiento que se genera en los clientes cada vez que se le otorga un bien, servicio o atención, es una tarea difícil y tediosa, lo cual obliga indiscutiblemente al prestador de la actividad a emplear herramientas y estrategias que hagan más sencillo el proceso.

Todas las empresas y organizaciones tienen entre sus objetivos principales el brindar servicios y productos de calidad que ofrezcan satisfacción a sus clientes, la idea global de tener un mayor número de consumidores no es errónea, pero debe tratarse con estrategia, metodología y análisis,

tanto cuantitativo como cualitativo, focalizando lo que estamos haciendo para tener más clientes satisfechos, que se conviertan en más clientes leales y más clientes que nos recomienden a otros.

En este artículo hablaremos sobre seis métodos comprobatorios para medir la satisfacción del cliente y las estrategias y prácticas que se deben seguir.

Antes de puntualizar cada uno de los métodos es importante asimilar que los clientes tienen perfiles, a su vez, las estrategias que miden la satisfacción del cliente deben estar perfectamente equilibradas en función del perfil del cliente, de forma contraria los resultados no serán reales. Para entender un poco mejor los perfiles del cliente se presenta la siguiente gráfica de dos ejes:



**Ilustración 1 - Tabla Resultados identificados por perfil**

Fuente: Propia.

Como se puede observar en la gráfica la mayoría de los clientes presentan los siguientes perfiles:

1. Cliente con expectativas altas y bajo conocimiento de lo que quiere.
2. Cliente con expectativas altas y conocimiento claro de lo que quiere.

3. Cliente con expectativas razonables y bajo conocimiento de lo que quiere.
4. Cliente con expectativa razonable y alto conocimiento de lo que quiere.

Al observarse la gráfica es conveniente entender que el análisis de estos perfiles definirá los resultados obtenidos de las estrategias y solo así se entregarán realidades concretas de buscado. Una vez que realizado este estudio, se podrán entender los resultados que se obtienen de las metodologías y a posterior presentar estrategias más asertivas. Es importante incluir en cada metodología preguntas que identifiquen el perfil del cliente.

#### 1.- Método Encuestas de satisfacción del cliente

El método común de obtener información es la encuesta, gracias a ella se puntualiza la información concreta y es posible analizar lo que los clientes opinan. Las encuestas se clasifican en tres categorías:

- La encuesta a público en general, con el fin de conocer a personas con potencial para ser clientes.
- La encuesta post-servicio, que se lleva a cabo a la persona que acaban de consumir el producto o servicio y que se intenta considerar como un cliente.
- La encuesta larga, que se aplica a clientes recurrentes que han consumido en más de una ocasión o por un tiempo de vida considerable una relación con nuestro producto o servicio.



Ilustración 2 – Encuesta e Satisfacción.  
Fuente: <https://pixabay.com/es/>

#### 2.- Método Índice de Satisfacción del Cliente (CSAT)

El CSAT, es una técnica usada globalmente para medir la satisfacción del cliente, se caracteriza por ser directa y sencilla, su implementación se realiza mediante una encuesta que se califican principalmente en orden numérico que va del 1 al 3, 1 al 5 o 1 al 10, donde el cliente otorga calificación de 1 como la más baja y el límite superior, de la clasificación seleccionada, como el más alto. La metodología CSAT se ha popularizado en los ambientes virtuales representada con estrellas o *emojis*, con la excepción de que se solo se consideran de 3 y 5 de estos como máximo.

Ofrecen como cualquier método ventajas y desventajas, se puede decir que la ventaja principal radica en ser respuestas muy simples y cuantitativas, muy diferente a la encuesta tradicional que incluye preguntas abiertas cuya respuesta requiere tener un sentido de interpretación por el analista. En desventaja la rapidez con la que respondemos provoca una incertidumbre, la cual radica en el estado de ánimo del individuo, por lo que solo se recomienda para cuestiones de corto plazo.



Ilustración 3 - CSAT.  
Fuente: <https://pixabay.com/es/>

#### 3.- Índice de puntaje neto del promotor (NPS)

El NPS, es una metodología que permite medir la probabilidad de que un cliente recomiende un servicio, este método analiza la lealtad de los clientes., la metodología se basa en la métrica de la indagación y no de la emoción, la principal pregunta es ¿qué tan probable es un cliente recomiende un servicio? , para esto se sugiere tener una escala de 1 al 10, donde en el intervalo

del 6 al 10, se considera a los promotores, y del 1 al 5 a lo detractores.



*Ilustración 4 - NPS.*

Fuente: <https://pixabay.com/es/>

#### 4.- Índice de puntaje de esfuerzo del cliente (CES)

Este método mide el nivel de esfuerzo que un cliente invierte para que un problema o inquietud sea resuelta, se recomienda una escala de 1 a 7 y preguntas que se centren en tiempo, accesibilidad, ubicación y aquellos elementos que influyan para que el cliente adquiera un producto o servicio.

La metodología CES, en ocasiones llega a brindar mejores resultados y estrategias de acción, superiores a la metodología obtenidas en CSAT y NPS. La CES describe que un cliente es más propenso a castigar un mal servicio que a recompensar uno bueno. Bajo este esquema las empresas y organizaciones deben tomar en consideración que un servicio que excede la excelencia y expectativas del cliente no necesariamente será recompensado pero un mal servicio o por debajo de lo que se espera si lo es.

Las encuestas CES se realiza inmediatamente después de ser prestado el servicio o entregar el producto, se recomiendan medios digitales por ser simples y rápidos para el procesamiento, son ideales para organizaciones que se centran al servicio, pero también se pueden incluir en productos.



*Ilustración 5 - CES.*

Fuente: <https://pixabay.com/es/>

#### 5.- Monitoreo en Redes Sociales

Conocido también como Community Manager, se ha convertido en algo crucial para muchas empresas y organizaciones, la exposición a la opinión del orbe es una labor que conlleva responsabilidad sobre lo que se da a conocer y como se da a conocer, el potencial de población que se maneja en internet es infinito, día a día se generan nuevas estrategias y guías de tráfico en internet, y es en esta línea donde viajamos como organización, para lo cual es necesario tener perfiles que no creen controversia o un protagonismo que de partida al desorden. En esta metodología los análisis de información están basados en opiniones, son medidos con *likes*, *views*, impresiones, seguidores y comentarios. Es necesario el análisis de cómo somos aceptados y por qué no lo son, para la implementación de este monitoreo se recomienda participar en redes sociales, aplicaciones de crítica, servicios de geolocalización e inclusión de personajes protagonistas de internet.



*Ilustración 6 - Redes Sociales.*

Fuente: <https://pixabay.com/es/>

## 6.- Índice de Cosas que Salieron Mal

La mayoría de las personas en alguna ocasión ha escuchado la frase popular: “se aprende más de los errores que de los aciertos”, es precisamente esta la idea que propone la metodología conocida por TGW por sus siglas en inglés.

Los buzones de quejas y sugerencias son los canales por excelencia para obtener información en esta metodología, donde las unidades de medida se analizan basadas en la cantidad de quejas que se tiene en general o por unidades de servicio o línea de producto. Cada queja es una confirmación de que existen elementos que no son del agrado del cliente.

La comunicación de esta metodología por lo general es unilateral ya que la mayoría de las quejas se presentan de manera anónima. El objetivo radica en el monitoreo constante del elemento criticado.



Ilustración 7 - Buzón de Quejas y Sugerencias.

Fuente: <https://pixabay.com/es/>

## Conclusión

La aplicación correcta de algunas o todas las metodologías planteadas, ayudan a capturar información detallada sobre cada aspecto de su base de clientes e integrar esta información con cada función de su negocio. Esto permitirá al prestador de la actividad, el poder evaluar la capacidad de respuesta del cliente y las tendencias de *marketing* y consumo, sirviendo como un mapa hacia el difícil camino de una estrategia correcta.

## Bibliografía

Alan Dutka, A. S. (1998). Manual de AMA para la satisfacción del cliente. Granica.

Calidad, A. E. (2003). Cómo medir la satisfacción del cliente. Asociación Española para la Calidad.

Fornell, C. (2008). El Cliente Satisfecho. Ediciones Deusto.

Gosso, F. (2008). Hiper satisfacción del cliente. Panorama.

Hayes, B. E. (2002). Cómo medir la satisfacción del cliente. Gestión 2000.

## Tabla de Ilustraciones

Ilustración 1 - Tabla Resultados identificados por perfil

Ilustración 2 – Encuesta e Satisfacción.

Ilustración 3 - CSAT.

Ilustración 4 - NPS.

Ilustración 5 - CES.

Ilustración 6 - Redes Sociales.

Ilustración 7 - Buzón de Quejas y Sugerencias.

# FORMACIÓN CULTURAL Y EDUCACIÓN ESTÉTICA. UNA APROXIMACIÓN A SU LUGAR EN LA FORMACIÓN DEL PROFESIONAL DE LA EDUCACIÓN

Martha Onelia Hoyos García, Michael Martínez Acosta, María de los Ángeles Socarras Socarras y Esperanza Socarras Socarras

Facultad de Ingeniería y Ciencias Empresariales  
Universidad de Artemisa, Cuba

[marthahg@uart.edu.cu](mailto:marthahg@uart.edu.cu)

[michel@gobart.gob.cu](mailto:michel@gobart.gob.cu)

[msocarras@uart.edu.cu](mailto:msocarras@uart.edu.cu)

**Resumen.** La labor de formación de los profesionales de las ciencias técnica debe encargarse de preparar un profesional donde el ejercicio consciente de su actividad, implique aprender a valorar la vida también desde el plano de la espiritualidad; que pueda disfrutar de ella de modo más integral. Más que imponer modelos, se trata de desarrollar habilidades; más que dictar pautas, se debe favorecer el auto-descubrimiento de los resortes sensibles del individuo; más que instruir, se trata de ayudar a crecer. Esta investigación se realizó en el Centro Universitario Municipal, el cual tiene la misión de perfeccionar el proceso de universalización de la educación superior y lograr que todas las universidades del país transiten, a partir de esta idea, hacia esa excelencia académica y revolucionaria que el país demanda de sus estudiantes y profesores universitarios. En el momento actual existen problemas como el deterioro en la capacitación de profesionales capaces de transformar la realidad en y desde la escuela, que puedan identificar sus dificultades y proyectar, ejecutar y realizar acciones que contribuyan a la elevación de la calidad de la educación. Teniendo en cuenta la situación planteada, se persigue como objetivo proponer acciones para mejorar la formación cultural y la educación estética en relación con el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas. Para ello sus autores se han valido de métodos teóricos, empíricos, estadísticos, técnicas y herramientas. Finalmente proponen acciones factibles a la mejora de dicho proceso.

**Palabras clave.** Formación cultural, educación estética y plan de acción.

FORMACIÓN CULTURAL Y EDUCACIÓN ESTÉTICA. UNA APROXIMACIÓN A SU

LUGAR EN LA FORMACIÓN DEL PROFESSIONAL DE LA EDUCATION

**Abstract.**

The work of training professionals in technical sciences should be in charge of preparing a professional where the conscious exercise of their activity implies learning to value life also from the spiritual level; that you can enjoy it in a more comprehensive way. Rather than imposing models, it is about developing skills; rather than dictating guidelines, self-discovery of the sensitive springs of the individual should be encouraged; more than instructing, it is about helping to grow. This research was carried out at the Municipal University Center, which has the mission of perfecting the process of universalization of higher education and ensuring that all the country's universities move, based on this idea, towards that revolutionary and academic excellence that the country demand of its students and university professors. At the present time there are problems such as the deterioration in the training of professionals capable of transforming reality in and from school, who can identify their difficulties and plan, execute and carry out actions that contribute to raising the quality of education. Taking into account the situation raised, the objective is to propose actions to improve cultural training and aesthetic education in relation to the training process for professionals in the technical sciences. For this, its authors have used theoretical, empirical, statistical methods, techniques and tools. Finally, they propose feasible actions to improve said process.

**Keywords.** Cultural training, aesthetic education and action plan.

I. INTRODUCCIÓN

La sociedad cubana actual, enfrascada en profundas transformaciones de naturaleza económica y social, ha tenido entre sus retos principales el desarrollo por la cultura en la educación, que permita no sólo la defensa de lo conquistado, sino que sirva de cauce para la continuidad de la obra realizada como parte del proyecto social socialista. En ese contexto, de profundas contradicciones, se inserta el necesario perfeccionamiento de la preparación de profesionales en función de elevar la calidad del cumplimiento de su encargo social principal, así como la formación de hombres y mujeres que expresen en su actuación los valores más altos que caracterizan a la nación cubana.

De ahí, la necesidad de trabajar por el logro de una plena formación de los profesionales de las ciencias técnicas, que incluya cultivar la espiritualidad a partir de la apropiación de conocimientos esenciales e integrales con enfoque clasista y multidisciplinar y el enriquecimiento de la vida emocional, la sensibilidad, los sentimientos, lo afectivo-emocional en vínculo con los conocimientos y en esta dirección se inscribe el objetivo del presente trabajo, encaminado a potenciar, en la preparación de los futuros educadores lo concerniente a la formación cultural privilegiando la educación estética, lo que atiende a su especial significado en el modo de actuación profesional al que se aspira, dada la compleja labor que desarrollan.

En el momento actual se precisa como situación problemática que la formación cultural y la educación estética y en relación con el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas, en el Centro Universitario Municipal es insuficiente, lo que genera deterioro en la capacitación de profesionales capaces de transformar la realidad en y desde la escuela, que puedan identificar sus dificultades y proyectar, ejecutar y realizar acciones que contribuyan a la elevación de la calidad de la educación.

Luego de la situación expresada, sus autores se plantean como problema científico:

¿Cómo mejorar la formación cultural y la educación estética en relación con el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas?

Se declara como objetivo general de esta investigación:

Proponer un plan de acción para el mejoramiento de la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas.

Lo que genera las preguntas científicas siguientes:

1. ¿Qué fundamentos teórico-metodológicos sustentan la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas?

2. ¿Cuál es la situación actual de la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas?

3. ¿Qué acciones proponer a la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas?

Para dar respuesta a las preguntas elaboradas, se plantearon las siguientes tareas de investigación:

1. Análisis de los fundamentos teórico-metodológicos de la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas, necesarios para la realización de la investigación.

2. Diagnóstico del estado actual de la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas.

3. Propuesta de acciones a la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de los profesionales de las ciencias técnicas para que sea eficaz y eficiente.

## II. DESARROLLO DE CONTENIDOS

Para dar cumplimiento a la tarea científica número uno, dentro de los diferentes conceptos emitidos en relación con la formación cultural, se asumió el esgrimido por Lissette Mendosa en su obra *Cultura y Valores* del año 2007 el cual sirvió de base a punto de partida que reconoce que la formación cultural es el proceso de transmisión y asimilación de los aportes esenciales de la cultura universal como expresión de la creación humana, en tanto devienen instrumentos necesarios para el desarrollo de su accionar profesional y humano, en condiciones histórico concretas determinadas, *ver [1]*".

En este proceso formativo, se analizó por los autores de la investigación los referentes teóricos esgrimidos por Mayra Sánchez en su obra *Impactos Invisibles*, relacionados con la educación estética ya que establece que, en la época de los medios masivos de comunicación audiovisual, la educación estética tiene un caudal inmenso de desarrollo en todas las coordenadas educativas y ya no exclusivamente en las asignaturas del llamado ciclo estético, "*ver [2]*".

Para identificar y diagnosticar los momentos que pueden o no tener problemas en la formación cultural y la educación estética y consolidar el tratamiento a seguir, los autores utilizaron los métodos de observación a clases y análisis documental con el objetivo de comprobar el trabajo realizado por los profesores para el desarrollo de la formación cultural y la educación estética en los estudiantes. Se demostró en las 48 clases observadas que aun cuando algunos

profesores realizan actividades en este sentido, no se observa la existencia de una estrategia general o conjunto de acciones que permitan desenvolver de forma positiva estos valores en los estudiantes. Así mismo, se aplicó el método encuesta con el propósito de trabajar en función de lograr un egresado con mayor formación cultural en consonancia con el cumplimiento de la misión del Centro Universitario Municipal.

La misma fue aplicada a 58 profesores del Centro Universitario Municipal, de ellos 12 respondieron correctamente todas las preguntas lo que representa un 20%. Este resultado indica que existen insuficiencias en los conocimientos generales que tributan a la formación integral de un docente universitario según las exigencias de la contemporaneidad.

La tercera etapa del procedimiento consiste en la búsqueda de soluciones a los problemas detectados con un paso que tributa a ella y de esta forma los autores de la investigación dan cumplimiento a la tarea científica número tres, propuesta de acciones correctivas.

Dentro de los diferentes conceptos analizados de Plan de Acción se asumió el esgrimido por Gladys Vejerano Portelas en su obra Normas Cubanas de Auditoría del año 2012 a punto de partida que establece la metodología para la confección de un plan de acción en entidades que practican la auditoría interna, “*ver [3]*”.

Proponen los autores las siguientes acciones dando cumplimiento al objetivo general de la investigación.

1. Sistematizar el trabajo con fuentes audiovisuales en la docencia dadas las exigencias de la contemporaneidad en la formación del futuro profesional de las Ciencias Técnicas.

Proyección de películas y documentales que ilustren a los estudiantes en temáticas determinadas. Ejemplo: José Martí el ojo del canario, Historia de las cosas, Una isla en la corriente, Fragmentos de tiempos modernos y otros relacionados con el capitalismo pre monopolista y monopolista, disponibles en carpetas preparadas para cada asignatura en la biblioteca digital del Centro universitario Municipal.

Orientación de actividades de investigación en sitios digitales como Alas de Colibrí, Cubadebate y Prensa Latina.

2. Desarrollar actividades encaminadas a lograr una mayor relación interdisciplinaria entre las asignaturas de las carreras.

Incorporación de actividades encaminadas a la traducción de las principales categorías de las asignaturas al idioma inglés, así como, otras categorías que se utilizan en inglés para ser traducidas al idioma español.

Valoración de obras y autores literarios de diversas épocas para el análisis de la problemática del cuadro del mundo.

Orientación de proyectos integradores haciendo hincapié en cómo trabajar para la formación de públicos, la incidencia en la educación estética a partir de influenciar el gusto por las diversas manifestaciones artísticas y la sensibilidad.

3. Sistematizar el vínculo entre las disciplinas, asignaturas y la práctica preprofesional desde la docencia en función del desarrollo de los modos de actuación profesional de manera integrada.

Elaboración de actividades a desarrollar durante las prácticas laborales sistemáticas donde los estudiantes aprovechan los conocimientos adquiridos en las asignaturas y los aplican a su realidad como docentes.

4. Generalizar en todas las asignaturas el despliegue de estrategias como meta cognitivas para los estudiantes que permitan una mayor solidez en su preparación académica y que se conviertan en modos de actuación.

Orientación de actividades que se correspondan con el aprendizaje toda vez que se procura que el estudiante piense y valore sus propias respuestas a las interrogantes formuladas por los docentes, sus propias actitudes asumidas ante cualquier situación de su realidad y la de sus compañeros utilizando la auto y la coevaluación.

Generación de debates y la asunción de posiciones respecto a los acontecimientos nacionales e internacionales. Se utilizan ejemplos de situaciones reales ocurridas en Cuba o en el resto del mundo, imágenes de la prensa, noticias de último minuto, fragmentos de documentales o de canciones de artistas nacionales e internacionales, información actualizada y se ponen a los estudiantes en situación de aprendizaje para lograr la significatividad del mismo y por ende su perdurabilidad.

#### IV. CONCLUSIONES

Los referentes teóricos y metodológicos permitieron dar un carácter científico a la investigación.

Según lo planteado por los autores en el problema científico, para formar profesores capaces de contribuir al desarrollo de la espiritualidad, no basta con exponer teóricamente los fundamentos de la axiología, ni debatir acerca de este o aquel valor; hay que penetrar en su mundo espiritual, despertar el amor, conociendo lo que fue, defendiendo lo que es, anhelando lo que será; contribuir a la identificación, fomentar el compromiso. Y eso no se puede lograr solo desde el conocimiento, tiene que intervenir el sentimiento.

Los instrumentos aplicados para el diagnóstico del estado actual de la formación cultural y la educación estética en el proceso de formación de

los profesionales de las Ciencias Técnicas, muestran insuficiencias en los conocimientos generales que tributan a la formación de un docente universitario según las exigencias de la contemporaneidad.

Los autores proponen que la solución a un problema tan complejo no puede expresarse en tal o cual fórmula o receta. Requiere sensibilidad y profesionalidad. Exige amor e inteligencia, sentimiento y dedicación. Precisa recordar que en nuestras aulas están ya – a través de los futuros profesionales – generaciones que vivirán y defenderán la obra de nuestro pueblo en el nuevo siglo.

#### REFERENCIAS

[1] Mendoza, L. 2007. Cultura y Valores: Aproximación a un desafío. La Habana, pag 73.

[2] Sánchez, M. 2015. Impacto Invisible. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, La teoría de la Educación Estética 14 (2).

[3] Portela, G.M.B. 2012. *Res. n° 340 Normas Cubanas de Auditoría*. La Habana: Contraloría General de la República.

# MÉTODO DE CASOS CON ENFOQUE DIDACTICO PARA LA FORMACIÓN CÍVICA Y ÉTICA

Maricruz Arizmendi Rosales, Graciela Juárez Martínez, Abril Monserrat Meza Vásquez  
*Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla, Campus Tehuacán*

**MAESTRIA EN EDUCACION**

*arizmendimaricruz@gmail.com*

*grays.89@hotmail.com*

*azul\_abril\_13@hotmail.com*

## Resumen

La formación de valores y actitudes ha sido una finalidad principal en México obedeciendo a la necesidad no solo de difundir conocimientos básicos sino también a la de formar a los nuevos ciudadanos. En la presente publicación se pretende demostrar la importancia, en el ámbito de la educación, el método de casos como una estrategia eficaz en la enseñanza de las clases impartidas en escuelas en nivel básico. Se presentan como experiencias vividas a través de otros alumnos con maestros en situaciones donde se presentan diferentes situaciones en problemas, anécdotas o historias que demuestren que en todos lados se debe poner en práctica y demostrar algo importante que son los valores, poniendo como ejemplo los principales valores que siempre debe tener cada individuo, los resultados obtenidos con esta metodología, será la reflexión de cada escrito dando como efecto, los aprendizajes significativos que el alumno debe obtener a través de esta estrategia. Se puede concluir que el método de casos es efectivo, pues no solo mejora significativamente los resultados cuantitativos del aprendizaje, sino también, desde el punto de vista cualitativo, es una experiencia gratificante, pues se genera un impacto en sus acciones, una mayor visión en su comportamiento,

una comunicación con el estudiante y padres de familia, quienes presentan un actitud más crítica, se involucre e interioriza los temas con la realidad de otra persona, sobre todo se establece una metodología dinámica que permite un clima óptimo para un aprendizaje significativo.

**Palabras clave:** Método de casos, enfoque didáctico y Formación Cívica y Ética.

CASE METHOD WITH A DIDACTIC APPROACH FOR CIVIC AND ETHICAL TRAINING

## Abstract

The formation of values and attitudes has been a main purpose in Mexico, obeying the need not only to spread basic knowledge but also to train new citizens. This publication aims to demonstrate the importance, in the field of education, of the case method as an effective strategy in teaching the classes taught in schools at the basic level. They are presented as experiences lived through other students with teachers in situations where different situations are presented in problems, anecdotes or stories that show that values must be practiced and demonstrated everywhere, which is the main values that should

always have each individual, the results obtained with this methodology, will be the reflection of each writing giving as an effect, the significant learning that the student must obtain through this strategy.

It can be concluded that the case method is effective, since it not only significantly improves the quantitative learning results, but also, from the qualitative point of view, it is a gratifying experience, since it generates an impact on your actions, a greater vision in his behavior, a communication with the student and parents, who present a more critical attitude, get involved and internalize the issues with the reality of another person, above all a dynamic methodology is established that allows an optimal climate for meaningful learning.

**Keywords:** Case method, didactic approach and Civic and Ethical Training

## Introducción

Este presente trabajo se llevará a cabo en dos comunidades la primera Puente Colorado está situado en la comunidad de Chapulco en el estado de Puebla, está a 2295 metros de altitud.

Cuenta con 606 habitantes, en la localidad hay 279 hombres y 327 mujeres, el total de la población es de 15,35 % proviene del estado de Puebla, de acuerdo a los datos del INEGI (2005), solo 215 habitantes tienen derecho a atención médica por el seguro social.

El 6.60% es analfabeta, el grado de escolaridad es del 5.81%. Hay 178 viviendas, de ellas el 96.38% cuenta con electricidad, el 45.65% tiene agua entubada, 93,48% tiene excusado o sanitario, el

55.80% tiene radio, 0.00% no cuenta con una computadora personal, ni tampoco internet, solo el 7.25% tiene teléfono fijo.

La segunda comunidad es el municipio de Xochitlán Todos Santos en náhuatl Xochitlán flor “lugar entre las flores” es uno de los 217 municipios que conforma el Estado de Puebla, fue fundado en 1895.

Se localiza en la parte centro sur del Estado de Puebla, sus colindancias al norte con Tecamachalco, al sur con Tepexi de Rodríguez, al oriente con Tlacotepec de Benito Juárez y poniente con Molcaxac.

Acuerdo a los datos del INAFED [8] en el municipio hay un total de 6094 habitantes, tiene una distancia aproximada a la ciudad de Puebla de 87 kilómetros.

Principal actividad económica es la agricultura, los pobladores en su mayoría se dedican a la siembra de maíz, frijol, alfalfa y sorgo, en segundo lugar, encontramos a la ganadería crianza de ganado vacuno o bovino, avicultura y apicultura.

## 1. Referentes teóricos

### 1.1 MÉTODO DE CASOS

El método de casos está vinculado a una metodología de enseñanza cuyo objetivo es permitir al alumno o la alumna tomar decisiones a partir de una situación que puede darse en el mundo real [1].

Se puede definir como la descripción narrativa que hace referencia a una determinada situación de la vida real, incidente o suceso, que envuelva una o más decisiones. Sistematiza una experiencia con un momento crítico donde los actores

analizan el contexto a fin de explorar las causas de la problemática.

Esta técnica simula un caso interactivo como forma enseñanza en el que los alumnos aprenden sobre la base de experiencias y situaciones de la vida real, permitiéndoles así, construir su propio aprendizaje en un contexto que los aproxima a su entorno.

Jonassen [2], señala que el análisis de casos es la forma por excelencia de promover que los estudiantes desarrollen una cabal comprensión que les permita resolver problemas reales.

Los aprendizajes se desean extraer con preguntas de reflexión que permita la comprensión teórica de la formación cívica y ética en una situación práctica.

Esto genera una discusión en torno a un debate creando un ambiente para las habilidades de manejo de conflictos favoreciendo la comunicación efectiva de un grupo dentro de la escuela primaria.

### *1.2 ENFOQUE DIDÁCTICO HUMANISTA-CONSTRUCTIVISTA*

El enfoque ideal que se propone en este trabajo es el humanista – constructivista. es de vital importancia respetar el valor del ser humano. Además, entregarle herramientas que le permitan acceder al conocimiento por su propia cuenta. Se pretende priorizar la parte cognitiva del ser humano y el refuerzo de su parte conductual que es la manifestación de sus pensamientos ya no como acto mecánico, sino como acto existencial que le otorga virtudes, crecimiento, armonía y valor a su ser en el momento de aprender.

Si a esto sumamos el método de casos se podrá potenciar el desarrollo cognitivo y el

aprendizaje, edificaremos seres humanos conocedores de sus capacidades, aptos para aplicar aquello que aprenden en clase en cualquier situación de sus vidas, ya que descubrirán su capacidad innata de crear y resolver problemas.

El constructivismo dentro de la pedagogía es un proceso dinámico de enseñanza, donde la participación del sujeto tiene un papel protagónico en el momento de aprender; el objetivo a alcanzar será entregar al estudiante herramientas que le permitan resolver cualquier situación problemática, así las ideas se modifican todo el tiempo y el estudiante sigue aprendiendo. El conocimiento por lo tanto es una reconstrucción constante del individuo.

### *1.3 FORMACIÓN CÍVICA Y ÉTICA*

La formación Cívica y Ética busca generar un espacio en el cual las personas puedan concebirse a sí mismas como individuos sociales.

Aunque en esta formación está presente dicha en experiencias organizadas y sistematizadas a través de los cuales se les rinda a los alumnos una oportunidad de desarrollar herramientas que puedan aplicarlas día a día y muestren sus capacidades para enfrentar los retos de una sociedad dinámica y compleja, misma que demanda la capacidad de actuar responsablemente para mejorar la calidad de vida.

Esta asignatura promueve un espacio de aprendizaje donde se da prioridad a las necesidades e intereses de los alumnos como sujetos individuales y sociales. Con esto se pretende fortalecer en los alumnos el desarrollo de su capacidad crítica y deliberativa para responder a situaciones que viven en los contextos donde participan.

## 2. Método

### 2.1 Participantes

En este presente manual quienes intervienen son veinticinco alumnos de la Escuela Primaria “Benito Juárez” ubicada en la junta auxiliar de Puente Colorado del municipio de Chapulco, Pue., veinticinco alumnos de la Escuela Primaria Vespertina “Calmeac” del municipio de Xochitlán Todos Santos, quienes se caracterizan por ser muy inquietos, juguetones, con falta de valores, entre otras formas que los distinguen como niños, tres maestras que darán a conocer esta estrategia que es el método de casos para su enseñanza con estos cincuenta alumnos de los diferentes lugares para que logren su formación en cuanto conducta, forma de pensar, de hablar, y abrirles cierto panorama para corregir ciertas actitudes que no son correctos.

### 2.2 Técnica

Después de ver como se han perdido los cimientos en valores de los niños y jóvenes desde el hogar al igual los temas y actividades que abarcan los libros de textos, la investigación-acción Conocer y cambiar la práctica educativa de Antonio Latorre. Se habla de la metodología en el cual se apoya en la enseñanza de la Formación Cívica y Ética a través del método de casos.

De acuerdo con Latorre [7], define a la investigación acción como un proceso reflexivo que vincula dinámicamente la investigación, la acción y la formación realizada por profesionales de las ciencias sociales, acerca de su propia práctica.

Según el autor lo especifica como un proceso activo cuyo centro de atención se centra en el mejoramiento de las prácticas, este se focaliza en la

transformación mediante el análisis y cambio de una situación experimentada como problemática, que refiere un carácter reflexivo, así colabora en la construcción del rol profesional docente.

Según Latorre [7], las características de la investigación acción son las siguientes:

- *“Participativa. Las personas trabajan con la intención de mejorar sus propias prácticas. La investigación sigue un espiral introspectiva: una espiral de ciclos de planificación, acción, observación y reflexión.*
- *Colaborativa. Se realiza en grupo por las personas implicadas.*
- *Crea comunidades autocríticas de personas que participan y colaboran en todas las fases del proceso de investigación.*
- *Proceso sistemático de aprendizaje, orientado a la praxis.*
- *Induce a teorizar sobre la práctica.*
- *Somete a prueba todas las prácticas, las ideas y las suposiciones.*
- *Implica registrar, recopilar, analizar, nuestros propios juicios, reacciones e impresiones en torno a lo que ocurre; exige llevar un diario personal en el que se registran las reflexiones.*
- *Es un proceso político porque implica cambios que afectan a las personas.*
- *Realiza análisis críticos de las situaciones.*
- *Procede progresivamente a cambios más amplios.*
- *Empieza con pequeños ciclos de planificación, acción, observación y reflexión, avanzando hacia problemas de más envergadura”*

Gracias a esas características este manual es una propuesta de trabajo que se enmarca en una metodología cualitativa de enseñanza a través del estudio de casos como procedimiento didáctico más eficaz con el que contará el profesor de primaria para lograr que los estudiantes vinculen el mundo abstracto de los conceptos, principios, valores y teorías con situaciones reales.

En el marco de la metodología de la enseñanza, el caso es toda una construcción didáctica, ya que se constituye en un instrumento al servicio de los objetivos formativos de la Formación Cívica y Ética.

### 2.3 Procedimiento

A continuación, se detallan las acciones realizadas en beneficio del desarrollo del método de casos.

- ❖ Elaboración del método de casos
- ❖ Selección de los casos que se presentarán a los alumnos, con la finalidad de que den sus diferentes puntos de vista de acuerdo a los casos que se expondrán.
- ❖ Asesorías. Se contará con el apoyo del psicólogo de la escuela con el propósito de asesorar a los alumnos con los diferentes problemas que presenten.

### *Resultados*

Los resultados obtenidos en el método de casos son los siguientes:

- ❖ Familiares:
  - La participación de la familia es muy importante, ya que en la comunidad predominaba el machismo, en la actualidad los

padres de familia asisten a talleres con el psicólogo así mismo a rutinas de activación física, contribuyendo con el apoyo moral hacia sus hijos.

- Los alumnos desarrollan su proyecto de vida, planificando cada una de sus etapas de acuerdo a su edad.

- Se aprecia el cambio educativo, ya que los alumnos muestran mayor compromiso, responsabilidad en la escuela y la sociedad.

#### ❖ Académico:

- La escuela proyecta su compromiso con los alumnos a través del proyecto método de casos, esto para engrandecer y fomentar los valores, que en la actualidad se han ido perdiendo.

- Los alumnos han desarrollado las competencias en valores.

- Existe un reconocimiento académico con la responsabilidad social hacia los alumnos, beneficiando a estudiantes con problemas académicos.

#### ❖ Sociedad:

- En las ambas comunidades se ha notado el cambio dentro de la sociedad, ya que los alumnos muestran mayor compromiso respetando a los adultos mayores dando un saludo cordial.

- Respetan las reglas que se ponen dentro de ambas comunidades, ya de no ser así tendrán alguna sanción.

- Se marca mucho el respeto hacia las madres de familia, anteriormente se estaba perdiendo levantándole la voz, no haciendo caso de los consejos que les daban y metiéndose en problemas.

## Conclusiones

Este trabajo señala que el método de casos con un enfoque didáctico humanista-constructivista como herramienta en la enseñanza de la formación cívica y ética puede tener varios matices y niveles de complejidad si a los estudiantes se les presentan situaciones contextualizadas en un entorno cercano a ellos, los temas abordados en estas situaciones cobrarán sentido y significado, por lo que las probabilidades de conseguir un aprendizaje significativo aumentan.

Al plantear casos o situaciones reales o realistas en el curso, se puede acercar la realidad al aula.

La aplicación del proyecto en los grados de 2º, 5º y 6º en las escuelas primarias “Calmecac” y “Benito Juárez” presento resultados que mejoró significativamente los contenidos de la asignatura, una mayor participación del estudiante, la familia. Indiscutiblemente permite el desarrollo del pensamiento crítico como medio más apropiado para aprehender la realidad de una situación.

Es de suma importancia el diseño o la selección del caso para incluir una diversidad de contenidos en muy poco tiempo para garantizar el aprendizaje significativo pues el estudiante aplica la teoría asimilada a una situación práctica concreta.

## Referencias

- [1] MIGLIOLI, S. O método do caso aplicado ao ensino da Biblioteconomia: histórico e perspectivas. *Encontros Bibli: Revista Eletrônica de Biblioteconomia e Ciência da Informação*, Florianópolis, v.19, n.39, p.1-18, jan./abr. 2014. Disponível em: . Acesso em: 11 abr. 2017.
- [2] JONASSEN, David 2011 *Learning to Solve Problems: A Handbook for Designing Problem-Solving Learning Environments*. New York: Routledge.
- [3] Granda, A. (2012). *Enfoques pedagógicos y didácticos Contemporáneos*. (2.ª ed.). Colombia: Máster Libros. De la Cruz, Y. (2012).
- [4] Piaget, J. (2001). *Psicología y Pedagogía*. Buenos Aires: Editorial Crítica. Apéndices
- [5] Coll, C. (2001). *Constructivismo y educación: la concepción constructivista de la enseñanza y el aprendizaje*. En C. Coll, J. Palacios y A. Marchesi (comps.), *Desarrollo psicológico y educación 2. Psicología de la educación escolar* (pp. 157- 186). Madrid: Alianza Editorial.
- [6] Luna, María Eugenia y Álvarez, Lilian (2007). *La educación cívica en la transición al nuevo siglo*. En Ornelas, Carlos (coord.). *Democracia y educación cívica*. México: Sinergia/IEDF. P. 59-84.
- [7] Latorre A, (2014). *La investigación-acción conocer y cambiar la práctica educativa*. Barcelona: editorial Graó.
- [8] INAFED. (2014). *Enciclopedia de los municipios y delegaciones de México Chapulco.2019* Sitio web:<http://inafed.gob.mx/work/enciclopedia/EMM21puebla/municipios/21046a.html>
- [9] INAFED. (2007). *Enciclopedia de los municipios y delegaciones de México Xochitlan Todos Santos .2019* Sitio web: <http://www.inafed.gob.mx/work/enciclopedia/EMM21puebla/municipios/21203a.html>
- [10] SEP (2011) *Plan de Estudios 2011 Educación Básica*. SEP México

# TIKIXMATI TLAJKUILOLIS, ALFABETIZANDO A LAS MADRES INDÍGENAS DE LA COMUNIDAD DE MEXCALTOCHINTLA

Blanca Estela Escobedo Romero. Julio Cesar Escobedo Romero  
Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla Campus

[Bllanka-3@hotmail.com](mailto:Bllanka-3@hotmail.com)

[Seven\\_ugly@hotmail.com](mailto:Seven_ugly@hotmail.com)

## Resumen

La participación de la mujer en la época actual ha marcado una tendencia de superación y bienestar en la situación personal y social, a tal grado que existen más participaciones profesionistas que se integran al mundo laboral, como en cargos públicos y políticos.

Pero que ha paso con la educación de las comunidades indígenas, ¿Por qué las mujeres no han tenido participación en las decisiones? en relación a la familia y a la educación de sus hijos y más aún en la terminación de su educación básica. Esto ha originado la preocupación por parte de nosotros los docentes, en tomar en cuenta la participación de las mujeres indígenas.

La presente ponencia refleja la importancia que se les da a las madres de familia de la comunidad de Mexcaltochintla, con la creación de oportunidades que se le puede brindar a través de la realización de este taller en un corto tiempo.

El inicio de este proyecto fue; la concientización de las madres de familia en la importancia que tiene la educación y lo fundamental de saber leer y escribir, realizando visitas tanto formales como informales.

Es aquí donde se le dio amplia importancia en la motivación de inscribirse, participar y sobre todo

terminar con el taller, ajustando los tiempos de enseñanza de acuerdo a sus necesidades y ocupaciones, teniendo en cuenta las labores que tienen en el hogar como madres de familia y esposas.

Como segundo eslabón es la participación, el apoyo por parte de las autoridades y de la mayoría de los padres de familia, en brindar el respaldo a sus esposas, de que asistan y participen en el taller que se piensa realizar, que además de que podrán leer y escribir servirá también como motivación para que sus hijos observen y sigan su ejemplo de terminar sus estudios.

**Palabras clave:** comunidad indígena, educación bilingüe e inclusiva, alfabetización constructiva, palabra generadora.

LITERATING THE INDIGENOUS MOTHERS  
OF THE MEXCALTOCHINTLA COMMUNITY

## Abstract

The participation of women in the current era has marked a trend of improvement and well-being in the personal and social situation, to such an extent that there are more professional participations that integrate into the world of work, such as in public and political positions. But what has happened with the education of indigenous communities, why have women not participated in the

decisions? in relation to the family and the education of their children and even more so in the completion of their basic education. This has caused concern on the part of us teachers, to take into account the participation of indigenous women.

This presentation reflects the importance given to mothers of families in the community of Mexcaltochintla, with the creation of opportunities that can be offered through the conduct of this workshop in a short time.

The beginning of this project was; the awareness of mothers of the importance of education and the fundamental of knowing how to read and write, making visits both formal and informal.

It is here where he was given great importance in the motivation to register, participate and especially finish the workshop, adjusting teaching times according to their needs and occupations, taking into account the tasks they have at home as mothers of families. and handcuffs.

As a second link is participation, support from the authorities and from most parents, in supporting their wives, that they attend and participate in the workshop they plan to carry out, which in addition to being able to Reading and writing will also serve as motivation for your children to observe and follow their example of finishing their studies.

**Keywords:** indigenous community, bilingual and inclusive education, constructive literacy, generating word

## Introducción

Ante los resultados obtenidos de INEGI que indica que el 28,91% de la población de Mexcaltochintla es analfabeta (el 19,71% de los

hombres y el 36,83% de las mujeres). El grado de escolaridad es del 3.57 (4.48 en hombres y 2.83 en mujeres). El 99,33% de la población es indígena, y el 84,66% de los habitantes habla una lengua indígena. El 39,96% de la población habla una lengua indígena y no habla español. Y aunado a la poca participación de los padres de familia en la inscripción al programa federal INEA. Es necesario y obligatorio implementar un taller de alfabetización en la comunidad, acompañado de una motivación por diferentes medios.

El presente proyecto refleja la importancia que se les da a las madres de familia de la comunidad de Mexcaltochintla, con la creación de oportunidades que se le puede brindar a través de la realización de un taller en un corto tiempo, debido a que los programas del INEA no han reflejado los resultados esperados en relación a la preparación y culminación del programa. Además de la carencia de alfabetización en las madres de familia de la comunidad de Mexcaltochintla que hace exista poca participación en las actividades escolares de sus hijos

Por esta razón se investigaron los diferentes métodos de alfabetización adulta para elegir la más adecuada para las comunidades indígenas, no sin antes realizar un diagnóstico de las madres de familia que aún no han sido recibido educación, contando con la participación de maestros y autoridades municipales.

La realización del proyecto se realizó en cuatro fases iniciando con la preparación, que fue de vital importancia para el comienzo de las actividades, debido a que las madres de familia de

la escuela “24 de febrero” deben de aceptar dicho taller para el aprendizaje de la lectura y escritura.

Se inició esta fase con la detección de que las madres de familia en su mayoría tutores de la misma escuela antes citada, no saben escribir su nombre, ni firmar en el acta de acuerdos en las reuniones de padres de familia que se tiene en la escuela, además de la nula participación en relación al apoyo que se les brinda a sus hijos con la revisión de sus tareas y la ayuda que se le pueda brindar a la realización de sus actividades escolares.

Ante los datos mencionados anteriormente sobre esta problemática y que se detectó primeramente en el salón de segundo grado y posteriormente en la escuela, que tiene el mismo problema; se vio en la necesidad de tomar cartas en el asunto e indagar las posibles causas que origino que la mayoría de las madres de familia no sepan leer, ni escribir, y sobre todo del poco impacto y participación que ha tenido el programa (INEA) en relación a la alfabetización de las personas de la comunidad.

Primeramente, se realizó una reunión grupal y se les preguntó a las madres de familia del ¿Por qué? No sabían leer ni escribir y fueron muchas las respuestas que se obtuvieron como, por ejemplo: la falta de tiempo, el permiso por parte de los esposos, la poca confianza que se le tenía al coordinador y el largo tiempo que duraba el programa que debido a la gran cantidad de actividades que tiene cada una, era difícil asistir y cumplir regularmente ya que el programa no se ajustaba a los tiempos de cada una de ellas

Como segundo momento dentro de la fase de preparación fue la visita informal en cada

uno de los lugares, para indagar e investigar cada una de las opiniones de las madres y saber de la situación de escolaridad que se tiene hasta el momento, además del interés o beneficios que se pueden obtener con la implementación del taller en la escuela y que será beneficio para ellas.

Esta exploración e indagación permitió percibir y recabar información valiosa para el alcance que puede tener el proyecto, obteniendo cada una de las opiniones no solo de ellas sino también de los esposos, que en la reunión que se tuvo en el salón de clases, uno de los puntos fue que sus esposos no permitían el continuar o iniciar con el programa de INEA, de acuerdo a estas visitas informales se pudo lograr la sensibilización de los padres para el apoyo que él debe de brindar a su pareja en la importancia de aprender a leer y escribir y de los beneficios que se puede obtener con el taller.

Posteriormente después de las visitas que se realizaron en cada una de las familias de manera informal se tuvo una reunión con el inspector de la comunidad el C. Braulio de Jesús Isabel junto con el regidor de educación el C. Eufemio de Jesús de Jesús para platicarles del proyecto que se quiere realizar en la escuela y de las actividades que se estaban llevando a cabo, mencionándoles de la importancia de saber leer y escribir.

Después de tomar a acuerdos conjuntos entre docentes y autoridades municipales, se realizó una junta general con los padres de familia para la participación de las madres de familia en el taller, ajustando los días y horarios de la ejecución del taller de acuerdo a las necesidades de las

familias dando inicio con las actividades en el mes de agosto.

En cada una de las actividades se muestra la disposición de cada una de las madres de familia por aprender a escribir y leer, iniciando con la escritura de su nombre y de las grafías que la componen, además de las palabras generadoras que se les presenta desglosado en sílabas, partiendo de una palabra general hasta llegar a cada una de las grafías.

Los resultados hasta el momento son aceptables debido a que sigue existiendo la participación de las madres de familia, incrementando la cantidad de madres familia al taller que se brinda debido a los días y horarios flexibles que se tiene, esto provoca que no se sientan presionados con sus labores diarias.

## **1. Referentes teóricos**

### **1.1. comunidades indígenas; una nueva perspectiva**

Al hablar de tradiciones, costumbres, cultura propia; hacemos referencia a las comunidades, que de alguna manera mantienen lo propio, lo único, conservan conocimientos que se van transmitiendo de generación en generación, usos, costumbres y sobre todo la lengua materna y que en algunos lugares como en la Sierra Negra de Puebla que aún se mantienen las comunidades indígenas.

“Las comunidades indígenas pueden ser consideradas como aquellas que conservan la herencia y el origen de un país, y que a la vez son objeto de discriminación, desprecio social, marginación y olvido. Es decir, "el ser indígena es

señal de la negación primera" y de la negación de todos los derechos humanos y ciudadanos [12].

La comunidad se entiende como el espacio en que viven las familias y también se entiende como un territorio propio, heredado que las familias lo conforman que se relacionan en común. Lo incluyen también sus áreas naturales, su reserva ecológica, ecosistema y biodiversidad que es propia de cada una de ellas.

Se debe y es necesario cambiar la perspectiva de cuando se menciona como comunidad indígena, a un grupo de personas marginadas, mal vestidas, con poco dominio del español, timidez, y con poco conocimiento, estereotipos y prejuicios que se han acreditado por varios años, pero ante las nuevas tecnologías y las redes sociales; debe existir un cambio de como mirar, reflexionar, analizar, argumentar y difundir el vasto conocimiento que se tiene del mundo que se ha transmitido por generaciones.

Tal pérdida de conocimiento ha ocasionado el nuevo calentamiento global, no solo se han marginado y eliminado las lenguas originarias, sino además la tala inmoderada de bosques y la contaminación inmoderada de las pocas reservas naturales que aún existen.

“la gente de esta comunidad siente la naturaleza como su madre y maestra” [13].

Ante la globalización, las comunidades rurales tienden a tener un lugar menos importante y quedan rezagados, así como su educación, servicios públicos y una política de difusión para el rescate y la preservación de estas.

El territorio de la comunidad está dividido en las áreas rurales, las tierras familiares y colectivas de cultivo, o áreas sin cultivar y los

recursos naturales como los boques, cada familia posee sus tierras de cultivo, que sabe y defiende como propias, pero el conjunto del territorio es tenido como un valor comunal, es decir, como perteneciente a la comunidad, a las personas que forman parte de la comunidad.

Es dentro de los límites de cada comunidad donde se ha conservado la vida y la cultura propias, por lo que resulta importante ubicar en este contexto las diferencias que se observan entre comunidades del mismo pueblo originario.

Los usos y costumbres de las comunidades indígenas están plasmados en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. El artículo 4º señala que “la Ley protegerá y promoverá el desarrollo de las lenguas, culturas, usos y costumbres, recursos y formas específicas de organización social de los pueblos indígenas”.

Sin embargo, cada comunidad tiene usos y costumbres definidos para llevar a cabo las actividades de la misma y mantener una relación entre sus habitantes de participación y solidaridad, evitando el conflicto entre los pobladores.

“Las comunidades rurales e indígenas recurren a ellos por decisión propia y mediante una asamblea comunitaria optan por la renovación de sus órganos de gobierno” [1].

Al respecto, la evidencia práctica de cómo se organizan las comunidades mediante los sistemas normativos de usos y costumbres es escasa; además, el conocimiento de quien toma las decisiones en proceso es incipiente.

## **1.2 Educación Bilingüe e inclusiva, una alternativa de solución.**

Ha existido mucho interés por parte del gobierno en que todos los mexicanos cuenten con una educación básica y de calidad, derecho que nos corresponde por ley, tal como señala el artículo 3 constitucional para que todo individuo tenga derecho a recibir educación.

Esto quiere decir que, en cada rincón de nuestro país, se debe ofrecer este servicio y esto incluye a las zonas vulnerables, con alto riesgo de marginación y a comunidades indígenas, siempre y cuando se respeten sus costumbres, tradiciones y lengua.

De acuerdo a los aprendizajes clave SEP [14] se reconoce la enorme variedad social y funcional de las lenguas; se valora el papel de la familia, la localidad o la región geográfica en la transmisión de las variedades iniciales de lenguaje, y se asume el papel primordial de la escuela en la enseñanza de las lenguas de comunicación internacional y la preservación de las nacionales.

Por eso la importancia de educar a través de la lengua materna y no sobre la lengua materna, que implica una educación bilingüe, siguiendo una enseñanza lineal donde no exista un predominio de una lengua sobre otra sino trabajar de manera paralela juntando ambas para que se fortalezca lo que se conoce y aprender lo que es nuevo para ellos, esto permitirá que la educación sea inclusiva.

Debe existir un trabajo conjunto y de acuerdo con lo que nos indica el plan de estudios (2011) donde reconoce que la equidad en la educación básica constituye uno de los

componentes irrenunciables de la calidad educativa, por lo que toma en cuenta la diversidad que existe en la sociedad y se encuentra en contextos diferenciados.

Tal reconocimiento permite a las mujeres de comunidades indígenas tener las mismas oportunidades y recibir una educación de calidad y de manera gratuita no dejando de lado su cultura, siempre y cuando se respete su lengua materna.

### 1.3. Alfabetización constructiva.

Con respecto a la falta de educación (analfabetismo) han sido mucho los esfuerzos por cada uno de los países en atender esta problemática en los dos últimos siglos teniendo poco avance en algunos, tal es el caso de nuestro país México, donde aún se permea la falta de educación en las comunidades marginadas.

Se han incluido varios programas para atender esta necesidad, como lo es INEA (Instituto Nacional para la Educación de Adultos) y CONAFE (Consejo Nacional de Fomento Educativo) con la firme intención de acercar la educación y cerrar la brecha del rezago y analfabetismo en el país, con pasos lentos debido a la poca participación.

Ante esta negativa en comunidades alejadas se deben de crear proyectos innovadores donde se concientice a la sociedad de la importancia de recibir educación y ante los medios tecnológicos y de redes sociales se debe crear conciencia en participar a toda la población que aún no han recibido educación de todas las

edades, cumpliendo con la encomienda de alfabetizar a la mayoría de ciudadanos.

Este programa de alfabetización debe de crear la necesidad por el gusto a recibir educación, que tiene una dimensión humana que toma como eje principal a la sociedad, haciéndolos partícipes de redes de opinión, expresión de ideas, promoviendo la autonomía, la formación de valores y desarrollando las facultades del ser humano.

Tal como lo señala Freire [2] en el proceso de alfabetización que “el aprendizaje y profundización de la propia palabra, la palabra de aquellos que no les es permitido expresarse, la palabra de los oprimidos que solo a través de ella pueden liberarse y enfrentar críticamente el proceso dialectico de su historización” Pp. 84

Las palabras se las lleva el viento y es escrita perdura para siempre como una frase motivadora para las personas que aún no escriben la palabra el discurso oral debe ser escrito, debe perdurar y hacerse valer porque el conocimiento se debe compartir, además de las experiencias de su vida y cultura.

### 1.4. palabra generadora

El constructivismo Freiriano demuestra no sólo que todas las personas pueden aprender, sino que todas saben algo y que cada una es responsable de la construcción de su propio conocimiento y de la redefinición de lo que ha aprendido, sin duda alguna va de la mano de los objetivos del programa de INEA y de los principios básicos de un taller, que las personas

adultas en este caso de las mujeres de comunidades indígenas y señaladas anteriormente; tienen una serie de experiencias y conocimientos, no se inicia de ceros como con los niños, se tiene un punto de arranque en relación a las personas mayores y este método es relevante para la educación de personas adultas.

El método de Freire (palabra generadora) no enseña a repetir palabras ni se restringe a desarrollar la capacidad de pensarlas según las exigencias lógicas del discurso abstracto; simplemente coloca al alfabetizando en condiciones de poder replantearse críticamente las palabras de su mundo, para una oportunidad debida, saber y poder decir su palabra.

Utilizó los aportes de nuevas generaciones conceptuales, pedagógicas y socio-antropológicas, para optimizar el método de alfabetización, en el sentido de no restringirlo sino de potenciar la adquisición de nuevas destrezas en la iniciación de la escritura, utilizando *la palabra como unidad de estudio*, palabras propias de su contexto, vistas en varios lugares y en diferentes medios. La palabra como generación de conocimiento, ideas y aprendizaje potenciado con el intercambio de experiencias de vida dentro de la comunidad.

Una de las aportaciones más valiosas de Freire fue la de haber incorporado al método una fase pre- operatoria, en que se preparan minuciosamente los contenidos y materiales para el proceso de enseñanza-aprendizaje, tomando en consideración las necesidades y expectativas de los educandos.

El método de palabra generadora es el que representa y se acerca más a las necesidades de las personas adultas a diferencia de las demás en donde la enseñanza se basa en la repetición, mecanización y pasa a ser sistemático, pero este método; se basa en el manejo y análisis de las palabras de uso común en una sociedad, en este caso de las comunidades indígenas, ya que presenta varias ventajas como por ejemplo; que aprenden desde el primer momento, el primer día del taller, además que genera bases firmes para el aprendizaje de la lectura y escritura.

Las palabras seleccionadas para el estudio son debido a que las personas conocen su significado, le son relevantes, son observables en varios momentos, porque lo pueden relacionar con sus propias experiencias, por esta misma razón, se le ha denominado *palabra generadora*.

Según *la palabra* INEA [7]. El significado de la palabra generadora está relacionado con la salud, la alimentación o la recreación, y al leerlas evocan situaciones, experiencias y saberes de las personas para detonar conversaciones y, después de ello, actividades en donde se reconocen los usos de la escritura y la lectura de igual manera.

Las personas adultas a través de este método irán avanzando de manera paulatina, debido a que es sumativa; es decir que con forme vayan aprendiendo cada palabra estudiándolo y analizándolo se van incorporando varias silabas que permitirá que el adulto las vaya guardando, integrando y conforme vaya avanzando las utilizara de manera adecuada, ya que la ira

distinguiendo y utilizando de manera constante sin mencionar cada una de las grafías del abecedario.

## 2. Metodología/Método

La metodología utilizada fue la de investigación-acción en la comunidad de Mexcaltochintla. Utilizando las técnicas de la observación y entrevista, con la intervención de padres de familia, maestros y autoridades municipales.

### 2.1. Sujetos.

**Padres de familia;** se realizaron visitas informales y posteriores formales como medio para las entrevistas utilizando las encuestas para recabar información veraz y oportuna para la realización del taller con resultados favorables.

**Maestros:** reuniones con maestros de manera informal en un primer momento y en segundo momento de manera grupal y formal, tomando acuerdos y compromisos para el apoyo en las reuniones de padres de familia de cada salón, redactados y firmando acta de acuerdos, para la participación de las madres de familia.

**Autoridades municipales;** reunión para la toma de acuerdos, compromisos y apoyo mediante usos y costumbres de la comunidad para

la participación de la mayoría de las madres de familia para la realización del taller.

### 2.2. Técnicas de investigación.

Las técnicas de investigación para recoger información que se utilizaron en dicho proyecto fueron:

- La observación.
- La entrevista.
- Las entrevistas

Acompañados de instrumentos para registrar la información como lo fueron:

- El registro de información
- Diario de campo.
- Cámara fotográfica.

## 3. Desarrollo

Para llevar a cabo el taller se deben de realizar ciertas actividades, antes, durante y después de la ejecución de dicho proyecto, que tiene como finalidad recabar la información suficiente para que se obtenga la participación y la aprobación por parte de las madres de familia en asistir, participar y terminar con el taller para poder aprender a leer y escribir, como se muestra en la siguiente tabla.

Tabla 1

| Actividades a realizar                       | Febrero<br>Marzo | Marzo-<br>Abril | Mayo | Junio | Agosto -<br>Septiembre. |
|--|------------------|-----------------|------|-------|-------------------------|
| Visitas domiciliarias informales             |                  |                 |      |       |                         |
| Visitas formales                             |                  |                 |      |       |                         |
| Platicas con el colectivo docente para tomar |                  |                 |      |       |                         |

|   |  |  |  |  |  |
|---|--|--|--|--|--|
| acuerdos                                  |  |  |  |  |  |
| Platicas con las autoridades municipales. |  |  |  |  |  |
| Asamblea con padres de familia            |  |  |  |  |  |
| Realización del taller                    |  |  |  |  |  |

En relación a la primera fase que es la detección (observación, preparación) iniciando con las visitas diarias de manera informal llevando un pequeño presente a cada familia como refresco o galletas para los niños e iniciar la plática, indagando sobre la situación escolar de los padres de familia, sus intereses, sus necesidades, sus anhelos y todo lo relacionado a su educación, en un lapso de 5 semanas ya que son 23 madres de familia del grupo de 6to grado.

En un segundo momento se realizarán visitas formales en relación a las familias que aún no se deciden en participar en el taller para aprender a leer y escribir, o bien realizar una labor de convencimiento a los esposos de las madres de familia, apoyado de una encuesta y la demostración de material y los beneficios que tendrá dicho proyecto y sobre todo hacer mención que no tendrá ningún costo económico tan solo el tiempo.

Se agendará una visita con el ayuntamiento municipal y se le planteara el proyecto y las actividades que se realizaran en la comunidad en relación a las madres de familia, específicamente con las del grupo de 6to grado.

Después de las visitas que se realizaron y de la reunión que se tuvo con las autoridades municipales, se platicara en colectivo docente primeramente en reuniones informales y posteriormente en una reunión de consejo técnico para la atención de la problemática existe en cada una de las aulas y la alternativa que se tiene en la implementación del taller, el interés que tienen la mayoría de madres de familia, el apoyo que existe por parte de las autoridades municipales y también del director, para sumarse al proyecto.

Al tomar acuerdos de manera conjunta en la sesión de consejo técnico se realizará una junta general con los padres de familia para mostrar el proyecto, la intención y los beneficios que se obtendrán al cursarlo y la manera que impactará en el rendimiento y apoyo que tendrán sus hijos en su escolaridad, además del impacto que tendrá en la comunidad al reducir el número de mujeres analfabetas.

Dentro de las fases del proyecto se iniciará con el diseño y ejecución del proyecto a través de las siguientes actividades que se detallan a continuación donde se muestra lo que se realizara durante el periodo de ejecución.

Tabla 2:

| MES                 | PROPÓSITO                  | ACTIVIDAD             | ESTRATEGÍA                     | RECURSOS                         |
|---------------------|----------------------------|-----------------------|--------------------------------|----------------------------------|
| AGOSTO - SEPTIEMBRE | Construir su propio nombre | *construyo mi nombre. | *transcribiendo letra a letra. | *hojas blancas.<br>*cuadernillo. |

|  |  |   |                            |  |
|--|--|---|----------------------------|--|
|  | partiendo de las letras que lo componen.   |   |                            | *tarjetas.<br>*lápices.<br>*tarjetas.                                  |
|  | Identificar las letras con la que inicia cada uno de sus nombres de manera individual. | *construyo mi nombre.                                   | *juego de letras.          | *cartulina.<br>*hojas blancas.<br>*tijeras.<br>*lápices.<br>*Resistol. |
|  | Conocer la letra inicial de mi nombre en los dos alfabetos.                            | *encuentro mi inicial.                                  | *juego de letras.          | *alfabetos.<br>*colores.<br>*periódico.<br>*fotocopias.                |
|  | Identificar la letra mayúscula de mi propio nombre                                     | *encuentro mi inicial.                                  | *juego de letras.          | *lápices.<br>*textos.<br>*tarjetas.                                    |
|  | Diferenciar la letra minúscula y mayúscula   | *mi nombre se escribe con mayúscula.                    | *juego de letras.          | *hojas.<br>*lápices.<br>*textos.                                       |
|  | Encontrar su nombre entre muchos, a través de una imagen.                              | *este es mi nombre.                                     | *árbol genealógico.        | *imágenes.<br>*hojas.<br>*colores.<br>*fotocopias.                     |
|  | OCTUBRE –<br>NOVIEMBRE   | Escritura de su nombre a través de diferentes escritos. | *este es mi nombre.        | *ejercicios.   |
| Practica su nombre de manera repetitiva a través de un juego de silabas de forma oral. |  | *así de oye mi nombre.                                  | *silabas mágicas.          | *textos.   |
| Relaciona las silabas de su nombre con otras palabras.                                 |  | *nuevas palabras.                                       | *silabas mágicas.          | *hojas.<br>*lápiz.<br>*texto.  |
| Forma palabras nuevas a partir de las iniciales del propio nombre.                     |  | *nuevas palabras.                                       | *jugando con las palabras. | *hojas.<br>*lápiz.<br>*texto.  |
| Reconoce palabras en un texto escrito  |  | *pescamos palabras.                                     | *juego de palabras.        | *tarjetas.<br>*hojas.<br>*lápiz.                                       |

### 3. Resultados

Los resultados obtenidos hasta el momento, al llevar a cabo la primer fase que fue las visitas formales e informales fueron satisfactorios; donde se tuvieron charlas con las madres de familia y esposos, concientizando y motivando a las madres por un lado para asistir al taller y por el otro que sus esposos tuvieran el respaldo y apoyo para llevar a cabo dicho taller y mostrar los beneficios que pueden tener ambos en relación a la educación de sus hijos y que sus esposas puedan desenvolverse mejor y tener mejores oportunidades de empleo.

Posteriormente las reuniones y platicas que se realizaron con docentes de la institución y con autoridades municipales, preocupados con la situación por la que atraviesa la comunidad en relación al analfabetismo que existe no solo en las mujeres sino también en algunos hombres que no tuvieron la oportunidad de asistir o terminar su educación primaria.

Decidieron participar de manera organizativa y brindando el apoyo necesario para que se pueda realizar dicho taller en la escuela primaria, tomando como acuerdo en sus reuniones comunales la obligación por parte de los esposos a apoyar a sus mujeres en la realización y terminación del taller, a su vez a invitar a todas las madres de familia a participar.

Como parte de la ejecución del taller se inició con las madres de familia de un grupo en particular que fue el segundo grado, incorporándose de apoco más madres de familia, como parte de estos dos meses de ejecución, esperando contar con más participaciones por parte de la mayoría de las madres

de familia, no solo de la escuela primaria sino también de la comunidad en general.

### Conclusiones

A manera de comentario es necesario mirar hacia las comunidades indígenas donde aún se ve y se viven los estereotipos y los prejuicios debido a viejas prácticas socioculturales y las tradiciones tan arraigas, dándole mayor peso al machismo, donde el hombre es el que toma las decisiones y las mujeres solo se dedican a las labores del hogar.

Por eso la necesidad y la importancia que tiene llevar a cabo este taller para que se le la oportunidad a las mujeres de aprender a leer y escribir y valorarse a sí misma de que pueden hacer algo más que no sea las labores del hogar, siendo ellas las que se encargan de la participación en la escuela y fungen como tutoras.

Mostrar que es de vital importancia ayudar a sus hijos en las actividades relacionadas con las tareas y trabajos de la escuela, y solo se logrará si ellas se encuentran preparadas, si saben leer y escribir y solo así pueden aprender junto con sus hijos.

El taller permitirá en poco tiempo acercar a las madres de familia a la escritura y lectura, debido a que cuentan con poco tiempo para asistir y realizar las actividades, a las muchas ocupaciones que tienen con sus hijos, esposo y hogar, por esta misma razón no debe ser realizado en un largo tiempo sino acortarlos para no aburrirlas y terminar las sesiones del taller.

Ya se inició con el pie derecho motivándolas a que participen, generar el interés y la necesidad que de ellas mismas salieron, por esta razón se prevén buenos resultados en un corto tiempo, ya se cuenta

con la voluntad de las madres de familia, ahora solo restara seguir manteniendo este gusto y necesidad de aprender a leer y escribir.

Con la participación y asistencia de madres de familia al taller y las que se siguen sumando al taller, es evidente que con la motivación y la participación tanto de autoridades municipales, padres de familia, maestros y sobre todo el interés que se tenga por parte de las madres de familia, se puede lograr que la mayoría de madres de familia aprendan a leer y escribir.

### REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Canedo, G. (2008). *Municipios por usos y costumbres, un paso hacia las autonomías en Oaxaca, México*. Cuaderno de Estudios Sociales y Urbanos 2: 89-108.
- [2] Freire, P. (1970) pedagogía del oprimido, siglo veintiuno Editores, México.
- [3] Freire, P. (1982) *Pedagogía de la autonomía. Saberes necesarios para la práctica educativa*. Siglo XXI, Editores, México.
- [4] Freire, P. (1993). *La naturaleza, política de la educación, cultura, poder y liberación*. Barcelona ediciones.
- [5] Freire, P. (2005) pedagogía del oprimido. 2ª edición. México: siglo XXI. Editores S.A. de C.V. 248 p. 21x14 cm. Educación
- [6] INEGI (2015) Características educativas de la Población, Educación. Datos de analfabetismo.
- [7] INEA., 2013. *Paquete del alfabetizador La palabra*. Guía del alfabetizador. D.R. 1997
- ©Instituto Nacional para la Educación de los Adultos. Francisco Márquez 160, Col. Condesa, México, D.F., C.P. 06140. Tercera edición actualizada 2013.
- [8] INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía). Características educativas de la Población, Educación. Datos de analfabetismo. 2015.
- [9] INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) - (2015a), Encuesta Intercensal 015, consulta interactiva y base de datos. Disponibles en línea: <http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/encuestas/hogares/especiales/ei2015/default.aspx>
- [10] INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía) (2015b), Encuesta Intercensal 2015, cuestionario para viviendas particulares habitadas y población. Disponible en línea: [http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/encuestas/hogares/especiales/ei2015/doc/eic2015\\_cuestionario.pdf](http://www.inegi.org.mx/est/contenidos/proyectos/encuestas/hogares/especiales/ei2015/doc/eic2015_cuestionario.pdf)
- [11] INEGI (Instituto Nacional de Estadística y Geografía)- (2016), Marco geoestadístico nacional 2016. Disponible en línea: [http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geoestadistica/m\\_geoestadistico.aspx](http://www.inegi.org.mx/geo/contenidos/geoestadistica/m_geoestadistico.aspx).
- [12] Jiménez, A. (2000) "*Los términos indio e indígena ocultan a los pueblos reales: Montemayor*", en *La Jornada de en medio*, 3 agosto 2000.
- [13] Montaluisa, Chasiquisa, Luis, *los conocimientos indígenas sobre la naturaleza*. En introducción al campo del conocimiento de la Antología UPN, México D.F. 1997
- [14] SEP. (2001). SUBDIRECCIÓN DE DESARROLLO EDUCATIVO Y EL DEPARTAMENTO DE

# APLICACIÓN DE LA ZEOLITA EN LA PRODUCCIÓN DE COMPOST PARA EL CULTIVO DEL PLÁTANO

José Fidel Paineira Barrera<sup>1</sup>, Miguel Soca Núñez<sup>1</sup> y Pedro Randy Rodríguez Rivera  
 Departamento de Suelos-Ministerio de Agricultura - MINAG, Habana Cuba  
 Universidad de Artemisa-Universidad de Ciencias Informática.

[suelopncms2@oc.minag.cu](mailto:suelopncms2@oc.minag.cu)

## RESUMEN

*Se investigaron las principales características químicas de las materias primas más representativas para la elaboración del compost y se determinó la influencia de la mezcla: compost-zeolita en los componentes productivos y rendimiento del plátano, el trabajo evaluó la mezcla de estiércol con zeolita en el proceso de compostaje. Se empleó un diseño de bloques al azar con tres (3) tratamiento despreciando el efecto de borde se marcaron un total de 45 plantas; 15 plantas por cada bloque de tratamiento con un área cada uno de 0.47ha y una densidad poblacional de 3736 plantas por hectárea. Se plantaron semillas del clon: Plátano Vianda 'CEMSA 3/4' de calibre B (1 840 - 2 760 g) para las labores de fitotecnia y fitosanitarias. Para el trabajo de campo, se observó que el compost con zeolita influyó en, el aumento de la materia orgánica en el áreas de estudio, sin afectaciones en las disponibilidades del fósforo y potasio y en las principales relaciones intercatiónicas, el rendimiento total del plátano se vio incrementado significativamente con las dosis, lo cual influyó en una mayor producción y un beneficio económico por concepto de ahorro de fertilizante de 200 pesos ha<sup>-1</sup>*

**Palabras Claves:** Zeolita, Suelos compost, plátano

APPLICATION OF ZEOLITE IN THE PRODUCTION OF COMPOST FOR PLATINUM CULTIVATION.

## Abstract.

The main chemical characteristics of the most representative raw materials for the compost production were investigated and the influence of the mixture was determined: compost-zeolite in the productive components and yield of the banana, the work evaluated the mixture of manure with zeolite in the composting process. A randomized block design was used with three (3) treatments neglecting the border effect a total of 45 plants were marked; 15 plants per treatment block with an area each of 0.47ha

and a population density of 3736 plants per hectare. Seeds of the clone were planted: Banana Vandal 'CEMSA 3/4' of caliber B (1 840 - 2 760 g) were followed for planting and phytosanitary tasks. the field work, it was observed that the compost with zeolite influenced, the increase of the organic matter in the study areas, without affectations in the availability of the phosphorus and potassium and in the main intercatiónicas relations, the total yield of the banana was seen increased significantly with the doses, which influenced in a greater production and an economic benefit by concept of fertilizer saving of 200 pesos ha<sup>-1</sup>

**Keywords:** Zeolite, compost soils, banana

## I. INTRODUCCIÓN

*El constante descenso de la materia orgánica en el suelo y en consecuencia, la fertilidad, es un problema de singular importancia en el país y en el mundo. En este sentido el país ha hecho ingentes esfuerzos en la producción y aplicación de las tecnologías para la producción de compost las cuales se iniciaron en el año 2001 (PNCMS, 2001.) y son numerosos los trabajos realizados con el objetivo de mejorar o incrementar los rendimientos de los cultivos, que incluyen el aporte de materia orgánica, la implementación de diferentes tipos de biofertilizantes, ambos con diversos usos (Vilches y Núñez, 2000). No obstante, la solución de los principales problemas que afectan los suelos agrícolas de Cuba debe ser vista, como señalan Funes-Monzote et al. (2008), con un enfoque sistémico e integrador y no como una solución aislada, pues se concatenan factores naturales y antrópicos. Como estos productos constituyen una alternativa a la fertilización química, obliga a profundizar en la calidad de los diferentes materiales que se emplean en, los mismos y sus proporciones Gandarilla, 1999; Martínez et al., 2003; Morales, 2008 y Arias et al., 2008). La incorporación de zeolitas naturales en la elaboración del compost puede ser una alternativa para favorecer la retención del NH<sub>4</sub><sup>+</sup> y otros cationes provenientes de los fertilizantes (He et al., 2002). De acuerdo con*

estas pueden actuar ya sea como abonos de liberación lenta incrementando el uso de nutrientes como el nitrógeno y el fósforo o como enmiendas al aumentar la capacidad de retención de humedad en los suelos. De igual manera han sido reportados los beneficios de su aplicación en la reducción de la volatilización del nitrógeno hasta en un 47% cuando se combina con fertilizantes nitrogenados como la urea (Urquiaga y Zapata, 2002), según Soca, M., Alaga, D. (2010). Las formulaciones de zeolita con la materia orgánica, han permitido reducir dosis de aplicación, sin disminución de los rendimientos, en cultivos como trigo (*Triticum spp*) (Osuna et al., 2012), Soja (*Glycine max*) (Rodríguez y Gatti, 2010), hortalizas y papa (*Solanum tuberosum*) (John et al., 1998), avena (*Avena sativa*) (Flórez et al., 2007), cebolla puerro *Allium ampeloprasum* L (Álvarez et al., 2010), girasol *Helianthus annuus* (Gholamhoseini et al., 2013) y maíz (*Zea mays*) (González et al., 2012), según Soca, M., Alaga, D. (2013).

El objetivo de este trabajo fue evaluar la aplicación de zeolita de origen cubano en el proceso de compostaje

## II. Desarrollo

### MATERIALES Y MÉTODOS.

Mapas de tipos de suelos del municipio de Artemisa



**Figura 1.** Localización geográfica de la Finca Constancia Fuente. Dirección de Suelos Provincia Artemisa

#### Ubicación del área de estudio

El área se encuentra ubicada en la Provincia de Artemisa, en La Empresa Agropecuaria de dicho Municipio en la Finca Constancia del decreto Ley-259 correspondiente al usufructuario Wilfredo Carrillo Valdés, el cual pertenece a la CCS-Rigoberto Corcho López de dicha entidad y la misma se encuentra ubicada con la coordenada cartográfica centro del área X- 318500 Y- 331180

$$IIW6_2 \frac{p^1 h^3 e^4}{b} 155 t_3$$

Tipo: Ferralítico Rojo (II)

#### Información General de Perfil Paisaje General

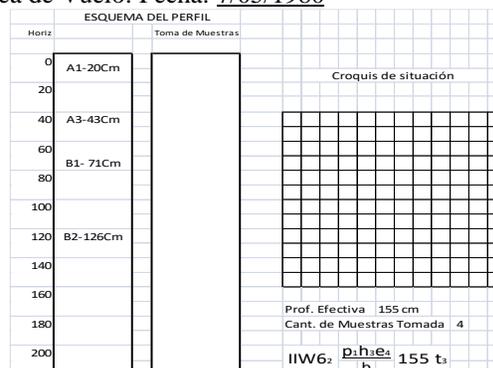
Provincia: La Habana Empresa: Perfil N°: 250/29

Municipio: Artemisa Control N°:

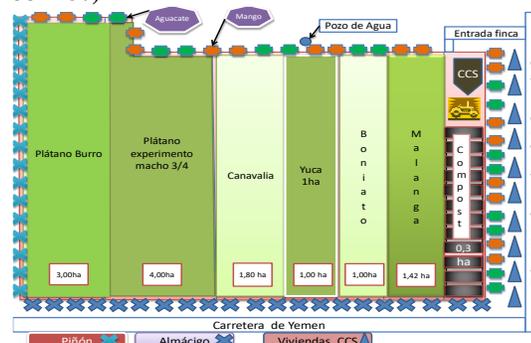
Hoja Cartográfica: Las Cañas Coordenada X-318310 Y- 330700

N°: 3684- II -I Foto: Proyecto:

Línea de Vuelo: Fecha: 7/05/1980



### Descripción del área de estudio (X-318500 Y-331180)



**Figura 2.** Croquis de la finca Fuente. Elaboración propia

La finca cuenta con un área de 13.42 ha, distribuido de la siguiente forma 3.00 ha sembrada de Plátano Burro (*Musa balbisiana* L) por el sistema tradicional, para este cultivo se empleó un marco de plantación de 3.20x2.50x4.50, una calle estrecha de 3.20 mts de ancho en la cual se riega y son depositados los restos de cosecha, deshoje, deshije, la distancia de narigón es de 2.50 mts y una calle ancha de 4.50 mts por la cual se cosecha el plátano, cuenta también la finca con un área 1.80 ha de Canavalia (*C. gladiata* Jacq.) para incorporarla como abonos verde, además cuenta con un 1.00 ha de Yuca (*Manihot esculenta*), con un área de 1.00 ha de Boniato (*Ipomoea batatas*), con un área de 1.80 ha de Malanga (*Xanthosomas spp*) y cuenta con área de 0.30 ha de banco de compost con una capacidad de 180 tn, cuenta con una cerca perimetral que bordea la parte sureste de la finca sembrada de Almácigo (*Bursera simaruba* Lin.) y Piñón florido (*Gliricidia sepium* Jacq.) la parte noroeste una cortina rompe viento de aguacate

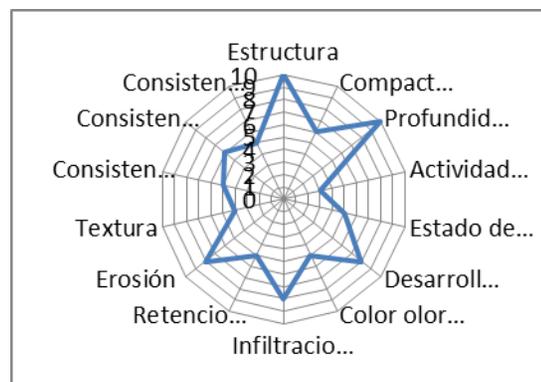
(*Persea americana*) y Mango(*Mangifera indica*) alternando las plantas de dos en dos y tiene un área de 4.00 ha sembrada de Plátano Vianda CENSA ¾ (*Musa spp*) (AAB) con un marco de plantación a tres bolillo 3.60X1.80X1.10 metros con una calle ancha de 3.60 metros y cinco calles estrecha 1.80 metros y con una distancia de narigón de 1.10 metros el cual tiene una población de 3736 plantas / hectárea para un total en dicha área de 14944 plantas total en la finca, con la siguiente distribución con nueve (9) bloque, tiene ocho (8) bloques con seis (6) hilos de plátano y uno (1) bloque de tres (3) hilo sembrado , en el bloque número (9) nueve cada hilo tiene trescientas una (301) planta cada uno, los otros restantes tienen (292) cada surco, equivalente a 0.47 ha y mil setecientos cincuenta y dos (1752) cada bloque de estudio todo sembrado a tres bolillo y sembrado de chopo, mondado y desinfestado con medios Biológicos (*Beauveria bassiana*, *Bacillus thuringiensis*) sumergido en ellos durante 5 minutos y 24 horas antes de comenzar la siembra, cuenta con un banco de compost y una abundante cerca perimetral con árboles que realizan función de cortinas rompe vientos, el cultivo anterior era Malanga (*Colocasia spp*).

Los tratamientos estudiados fueron:

- 1- T – Testigo
- 2- T – Compost
- 3- T – Compost + Zeolita (3/1)

Se procedió a la fertilización con la fórmula 0-0-60 (cloruro de potasio) a razón de 1.00 T/ha, y de 0-46-0 (superfosfato triple) a razón de 0.30 T/ha en toda el área, los nueve (9) bloques. Se desprecia el bloque uno (I) de tres (3) hilo por efecto de borde, los bloques cinco (V), seis (VI), siete (VII), ocho (VIII) y nueve (IX) a los cuales se le aplicaron 34-0-0 (Nitrógeno) a 0.30 T/ha igual que al testigo en siembra.

Se comienza con el bloque de testigo (II) donde se aplicó 34-0-0 (Nitrógeno) a 0.30 T/ha en tres ocasiones considerando la siembra. En el bloque del compost (III), se aplicó compost a razón de 20.00 Kg por planta para todo el bloque en dos ocasiones y el bloque compost +zeolita (IV), se mezcló este compost con zeolita a razón de 3/1, o sea 15 Kg de compost y 5.00 Kg de Zeolita esta mezcla se le aplicó a todo el bloque a la cantidad de 20.00 Kg por plantón en dos ocasiones



**Figura 3.** Índice de sostenibilidad, Fuente elaboración propia

Se constata que propiedades como la pendiente, la erosión, la infiltración de agua, el desarrollo de las raíces, profundidad efectiva, Estructura de Suelo, son evaluadas de favorable (8 a 10 puntos) para los cultivos varios. Entre tanto la compactación se evalúa de medianamente compactado arrojando una tendencia a la sostenibilidad edáfica (TSE) medianamente favorable (6 puntos), debido principalmente al uso de implementos, que invierten el prisma, los cuales acentúan el piso de arado. Limitando la producción al impedir el buen desarrollo del sistema radicular, según el índice de sostenibilidad diseñado por Martín Rodríguez, D. 2006

La compactación, estado de los residuos, color, olor, materia orgánica, la consistencia en seco, húmedo y mojado se evalúa entre (5 a 6 puntos) este es un factor limitante en la producción de todos los cultivos, es un factor de rápida recuperación mediante la subsolación profunda continuamente, una vez que se mejore este problema se elimina la compactación de suelo, según el índice de sostenibilidad diseñado por Martín Rodríguez, D. 2006

La actividad Biológica, la textura se evalúan de medianamente favorable por debajo (5.0 puntos), estas dos ocasionando problemas puntuales de encharcamiento, si las precipitaciones son fuertes o intensas y la segunda limitando la profundidad efectiva de la capa arable, según el índice de sostenibilidad diseñado por Martín Rodríguez, D. 2006

Las propiedades de fósforo asimilable ( $P_2O_5$ ), potasio asimilable ( $K_2O$ ) y capacidad de intercambio catiónico (CIC) su TSE es favorable con más (5 puntos), los dos primeros relacionados con la estrategia de fertilización y el cartograma agroquímico y el tercero se refiere a la capacidad de la arcilla para que la planta utilice a los dos primeros, según el índice de sostenibilidad diseñado por Martín Rodríguez, D. 2006

Teniendo en cuenta la evaluación realizada, se considera que la calidad del suelo es adecuada para los cultivos varios, al poseer un índice de sostenibilidad de 6,29. El mismo se puede incrementar si se emplean medidas que contribuyan en la buena explotación del recurso suelo, posibilitando un desarrollo sostenible, teniendo como base el manejo agroecológico del suelo, según el índice de sostenibilidad diseñado por Martín Rodríguez, D. 2006

### Composición de Compost utilizado

- Estierco de equino- 50%
- Restos de pasto de estrella-20%
- Resto de paja de Arroz- 20%
- Restos de Hojas de plátano -5%
- Resto de otras hojas -5%

Los análisis de materia orgánica se realizaron por el método Walkley - Black, las determinaciones de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub> y K<sub>2</sub>O fue mediante el método de Machiguiny para el pH el método potencio métrico; todos los resultados se realizados en el Laboratorio de Suelos y fertilizantes del Instituto de Investigaciones de Pinar del Rio (I.S) según archivos de la Dirección provincial de Suelos de Artemisa 2018.

Con los contenidos de nutrientes en kg t<sup>-1</sup> determinados en el compost se calculó el equivalente mediante una regla de tres. Para ello se calculó en 1 tonelada compost la cantidad total en kilogramos de los valores existentes NPK, finalmente a partir de estos resultados se calculó lo que representaban estos en Urea, Superfosfato Triple y Cloruro de Potasio.. La evaluación del impacto económico se calculó a partir de formulaciones comerciales de los fertilizantes químicos, según los aportes nutricionales N, P, K del compost, así como los estudios realizados por investigadores cubanos donde se recomiendan normas de uso de estos productos.

La zeolita utilizada provino del yacimiento de Tasajera compuesta por 85% de clinoptilonita y heulantita, 10% de modernita y el 5% restante de otros minerales. El análisis mineralógico con difracción de Rayos X y la determinación de su composición química se realizó con la colaboración del Centro de Investigaciones y Proyectos para la Industria Minero-Metalúrgica (CIPIMM) (Tabla 1). Esta zeolita es de tipo cálcico -sódica con alta capacidad de intercambio catiónico y bajo contenido aluminico.

Tabla 2. Análisis químico y composición catiónica de la zeolita utilizada en el estudio

| Contenido de elementos gkg <sup>-1</sup> |  |    |  |  |  |  |  |  |     |
|--|--|----|--|--|--|--|--|--|-----|
|  |  | CE |  |  |  |  |  |  | Hu- |

TecNM/Instituto Tecnológico Superior de la Sierra Negra de Ajijapan, México, 2020

| Material Orgánico | pH/ KCl | dS. m <sup>-1</sup> | M.O | N    | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | Ca   | Mg   | medad |
|-------------------|---------|---------------------|-----|------|-------------------------------|------------------|------|------|-------|
| E. Vacuno         | 6,4     | 1,5                 | 51  | 1,5  | 0,6                           | 0,9              | 2,14 | 0,5  | 39    |
| E. Ovino          | 7,7     | 2,3                 | 30  | 0,55 | 0,26                          | 0,46             | 1    | 1,8  | 38    |
| E. Porcino        | 6,8     | 2,8                 | 40  | 1,4  | 0,08                          | 2,41             | 0,27 | 0,08 | 40    |
| E. Equino         | 6,7     | 1,9                 | 44  | 1,23 | 2,08                          | 1,8              | 1,1  | 0,97 | 35    |
| Gallinaza         | 7,1     | 2,3                 | 32  | 3,05 | 2,2                           | 2,6              | 2,41 | 0,56 | 27    |
| Pul. Café         | 4,6     | 2                   | 65  | 2,86 | 0,14                          | 0,76             | 1,62 | 0,28 | 45    |
| Guano M..         | 6,9     | 4,2                 | 48  | 0,8  | 5,25                          | 0,8              | 3    | 2    | 35    |
| Aserrín           | 5,3     | 0,2                 | 38  | 0,3  | 0,02                          | 0,01             | 0,3  | 0,3  | 46    |
| Cachaza           | 7,2     | 2                   | 60  | 1,65 | 1,35                          | 0,1              | 2,8  | 0,38 | 46    |
| Turba             | 6,5     | 1,5                 | 52  | 0,8  | 0,05                          | 0,92             | 6,04 | 4,3  | 42    |
| R. Vegetal        | 7,6     | 1,4                 | 32  | 1,47 | 0,84                          | 0,92             | 1,26 | 1,88 | 40    |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

\*PPI= Pérdidas por Ignición de gases volátiles;

CICT= Capacidad de Intercambio Catiónico Total

La zeolita es un mineral aluminosilicatado de origen sedimentario o volcánico, que posee una alta capacidad de intercambio catiónico, favoreciendo la retención de iones NH<sub>4</sub> y otros cationes proveniente de los fertilizantes minerales (He at al., 2002) Tabla 2.

De los materiales orgánicos evaluados (Tabla 3), la gallinaza presentó el mayor contenido de nitrógeno (3.05%), lo cual está en correspondencia con lo reportado por (Díaz ,2004). Se observó en el trabajo de campo que la mejor gallinaza es la de la cría de gallinas ponedora enjauladas y bajo techo Soto y Meléndez (2003). El guano de murciélago mostró el mayor contenido de fósforo debido a las características propias de este material. En el caso del aserrín presenta valores muy bajos de nutrientes por lo que se infiere que este solo sirve como retenedor de humedad, lo cual ya fue explicado anteriormente.

1. El pH mantiene una tendencia hacia la neutralidad probablemente motivado por los contenidos de calcio de estos materiales orgánicos, el contenido de materia orgánica de los materiales estudiados, se consideran aceptable para la elaboración del humus y compost , al igual que la relación carbono nitrógeno y la humedad, Martínez et al (2003) y Soto, García, S. 2012 y Meléndez (2003) el resto de los componentes muestran diferentes grados de variabilidad en sus contenidos nutricionales, lo cual está en dependencia de sus diferentes procedencias .Finalmente se decidió

| SiO <sub>2</sub> | Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | MgO | CaO | N <sub>2</sub> O | K <sub>2</sub> O | F <sub>2</sub> O <sub>3</sub> | PPI* | CICT    | Ca <sup>+2</sup> | Mg <sup>+</sup> | K <sup>+</sup> | Na <sup>+</sup> |
|------------------|--------------------------------|-----|-----|------------------|------------------|-------------------------------|------|---------|------------------|-----------------|----------------|-----------------|
|                  |                                |     | %   |                  |                  |                               |      | Cm (+)  |                  |                 |                |                 |
|                  |                                |     |     |                  |                  |                               |      | ph kg-1 |                  |                 |                |                 |
|                  |                                |     |     |                  |                  |                               |      | 138     | 92               | 244             | 89             | 34              |

utilizar en el estudio el estiércol vacuno por su abundancia y alcance en la provincia

Tabla 3. Caracterización químico-físico de los M.O.

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

Valorando la incidencia de los tratamientos en las características químicas del suelo se observó un incremento del porcentaje de materia orgánica del área donde se inició el experimento

Tabla 4. Análisis de la muestra de Suelos antes de la siembra

| Granja               | Área | PH      | Mg/100g  |                               |                |                  |                |          |  |
|----------------------|------|---------|----------|-------------------------------|----------------|------------------|----------------|----------|--|
| Urbana               | ha   | KC<br>L | E<br>val | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | E<br>va        | K <sub>2</sub> O | E<br>va        | M.<br>O. |  |
| Finca.<br>Constancia | 5    | 6,8     | Pn       | 40                            | P <sub>3</sub> | 35,16            | K <sub>3</sub> | 1,73     |  |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

Tabla 5. Análisis de la muestra de Suelos después de la cosecha

| Granja Urbana        | Área | PH   |          | Mg/100g                       |                |                  |                |          |
|----------------------|------|------|----------|-------------------------------|----------------|------------------|----------------|----------|
|                      | ha   | KCL  | E<br>val | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | E<br>va        | K <sub>2</sub> O | E<br>va        | M.<br>O. |
| Finca.<br>Constancia | 5.00 | 6.84 | Pn       | 39.4<br>1                     | P <sub>3</sub> | 35.53            | K <sub>3</sub> | 1.91     |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

2. En la tabla 6, se expone la caracterización del compost a partir de un Centro de composta, donde predominan materiales orgánicos de origen animal y vegetal en forma equitativa, se tomó como referencia la producción del humus donde predominan los estiércoles ello coincide con lo reportado por Castillo et al. (2000). Utilizando los indicadores de la Norma Ramal para su contenido en materia orgánica y relación C/N y contenido de N muestran según sus valores que son de primera calidad, mientras que la conductividad eléctrica cae a segunda calidad, motivada por los contenidos de sales de las aguas empleadas en el proceso productivo. Como se puede observar las

producciones de compost presentan buenos contenidos de nutrientes para las plantas, Meléndez. G. 2003. de ahí la importancia de producirlos, pues son portadores de nutrientes lo que posibilita la disminución en cierta medida de la importación de fertilizantes minerales.

Tabla 6. Caracterización químico-físico Compost.

| Producto | PH-<br>KC<br>L | CE<br>dS.c<br>m <sup>-1</sup> | M.O | N    | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | C<br>a | Mg   | Hu-<br>me-<br>dad | CN |
|----------|----------------|-------------------------------|-----|------|-------------------------------|------------------|--------|------|-------------------|----|
| Compost  | 7,8            | 2,73                          | 53  | 2,03 | 0,98                          | 1,19             | 1      | 2,82 | 52                | 32 |

Fuente: Dirección Provincial de la Agricultura

El contenido de nutrientes del compost, considerando lo producido entre los años (2010 y 2013) se han aportado a la agricultura un equivalente de 66 170 t de humus y 114 000 t de compost que representadas en nutrientes corresponden a 420 t de N, 410 t de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, 463 t de K<sub>2</sub>O, 800 t de CaO, 1058 t de MgO para el caso del humus, respecto al compost significarían 2214 de N, 1143 t de P<sub>2</sub>O<sub>5</sub>, 1356 t K<sub>2</sub>O, 957 t de CaO, 3192 t MgO. Ello representa que por aporte de nutrientes en su equivalente en fertilizante se le ha proporcionado a la agricultura de la zona de estudio de un aporte de 32 millones 804 CUC.

La representación de estos portadores de fertilizantes se muestra en la tabla 3.

Tabla 7. Contenido de nutrientes de Compost-Zeolita (Kg.t<sup>-1</sup>)

| PRODUCTO | N    | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | CaO | MgO  |
|----------|------|-------------------------------|------------------|-----|------|
| COMPOST  | 20,3 | 9,8                           | 11,9             | 8,4 | 28,0 |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

En la tabla 7 se muestra el equivalente en CUC del compost-zeolita con 32558.03.

| PRODUCTO | N    | P <sub>2</sub> O <sub>5</sub> | K <sub>2</sub> O | CaO |
|----------|------|-------------------------------|------------------|-----|
| COMPOST  | 20,3 | 9,8                           | 11,9             | 8,4 |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

Tabla 8. Representación en USD de los aportes y Compost

| Tipo de Fertilizantes | Fórmula | Precio USD/ t | Compost  | Total    |
|-----------------------|---------|---------------|----------|----------|
| Superfosfato Triple   | 0-46-0  | 485.00        | 2550.03  | 2628.60  |
| Urea                  | 46-0-0  | 600.00        | 28878.00 | 28972.53 |
| Cloruro de Potasio    | 0-0-60  | 500.00        | 1130.00  | 1203.04  |

Fuente: Dirección provincial de la Agricultura

Y los aportes nutricionales que hacen al mismo, aunque en concentraciones más bajas que los fertilizantes inorgánicos, (Soto, 2003), Martínez et al. (2003) y Peña y col (2004). El total de contaminante procesado por composta disminuye aproximadamente un 60%, de ellos se obtienen 94 t provocando un efecto positivo en el agro ecosistema.

Tabla 9. Análisis químico de la proporción de compost /zeolita estiércol a los 45 días de preparación en %

| Tratamientos      | N    | P    | K    | Ca   | Mg   | Cl   | Humedad | M.O   | C     | C/N |
|-------------------|------|------|------|------|------|------|---------|-------|-------|-----|
| Compost           | 1.20 | 0.49 | 0.97 | 2.09 | 0.68 | 0.69 | 50.39   | 32.72 | 26.64 | 22  |
| Compost + Zeolita | 2.01 | 0.71 | 1.98 | 2.55 | 0.86 | 0.19 | 38.37   | 51.48 | 18.84 | 9   |
| %                 | 67.5 | 45   | 104  | 22   | 26   | -    | 23      | 57    |       |     |

Fuente: Dirección Provincial de la Agricultura

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tabla 10. Datos del racimo del Testigo

| Peso del  | No de    | No de  | Long.    | Calib.   | Peso     | Peso         | Peso          |
|-----------|----------|--------|----------|----------|----------|--------------|---------------|
| Racimo    | Mano del | dedos  | dedo 2da | dedo 2da | dedo 2da | pulpa de los | casaca de los |
| Kg/Planta | racimo   | racimo | mano     | mano     | mano     | dedo         | dedo          |
|           |          |        | cm       | cm       | g        | g            | g             |
| 9,17      | 6        | 28     | 25       | 41       | 314      | 210          | 104           |
| 9,16      | 5        | 25     | 25       | 42       | 312      | 213          | 99            |
| 9,2       | 6        | 29     | 25       | 41       | 311      | 211          | 100           |
| 9,23      | 5        | 25     | 25,3     | 43       | 314      | 209          | 105           |
| 9,25      | 5        | 26     | 25,3     | 43       | 312      | 210          | 102           |
| 9,19      | 5        | 25     | 25,3     | 43       | 313      | 210          | 103           |
| 9,17      | 6        | 26     | 25,3     | 42       | 316      | 212          | 104           |
| 9,09      | 5        | 25     | 26       | 41       | 315      | 214          | 101           |
| 9,21      | 6        | 28     | 25       | 41       | 314      | 213          | 101           |
| 9,22      | 5        | 28     | 25       | 41       | 312      | 210          | 102           |
| 9,23      | 5        | 28     | 25,8     | 40       | 313      | 209          | 104           |
| 9,35      | 6        | 28     | 25,6     | 42       | 317      | 209          | 108           |
| 9,5       | 6        | 26     | 26       | 41       | 316      | 213          | 103           |
| 9,38      | 6        | 28     | 25,4     | 41       | 315      | 211          | 104           |
| 9,37      | 6        | 28     | 25,5     | 41       | 313      | 211          | 102           |

Fuente: Dirección Provincial de la Agricultura

Tabla 11. Datos del racimo del Compost

| Peso del | No de | No de | Long. | Calib. | Peso | Peso | Peso |
|----------|-------|-------|-------|--------|------|------|------|
|----------|-------|-------|-------|--------|------|------|------|

| Racimo    | Mano del | dedos  | dedo 2da | dedo 2da | dedo 2da | pulpa de los | casaca de los |
|-----------|----------|--------|----------|----------|----------|--------------|---------------|
| Kg/Planta | racimo   | racimo | mano     | mano     | mano     | dedo         | dedo          |
|           |          |        | cm       | cm       | g        | g            | g             |
| 11,4      | 6        | 29     | 27,2     | 43       | 315      | 211          | 104           |
| 11,51     | 5        | 26     | 27,2     | 44       | 316      | 213          | 103           |
| 11,36     | 6        | 28     | 27,1     | 44       | 315      | 214          | 101           |
| 11,38     | 5        | 28     | 27,3     | 45       | 318      | 217          | 101           |
| 11,25     | 6        | 28     | 27,2     | 46       | 317      | 216          | 101           |
| 11,41     | 5        | 26     | 26,9     | 45       | 316      | 215          | 101           |
| 11,3      | 6        | 28     | 27,2     | 44       | 318      | 218          | 100           |
| 10,9      | 6        | 29     | 27,1     | 45       | 318      | 216          | 102           |
| 11,01     | 5        | 28     | 27,3     | 44       | 315      | 214          | 101           |
| 11,15     | 5        | 29     | 27,3     | 46       | 314      | 215          | 99            |
| 11,2      | 6        | 28     | 26,4     | 46       | 316      | 213          | 103           |
| 11,11     | 6        | 29     | 27,2     | 45       | 314      | 213          | 101           |
| 11,28     | 5        | 27     | 27,3     | 45       | 313      | 214          | 99            |
| 11,3      | 6        | 28     | 27,3     | 44       | 318      | 216          | 102           |
| 11,4      | 6        | 25     | 26,3     | 47       | 319      | 216          | 103           |

Fuente: Dirección Provincial de la Agricultura

Tabla 12. Datos del racimo del Compost + Zeolita

| Peso del  | No de    | No de  | Long.    | Calib.   | Peso     | Peso         | Peso          |
|-----------|----------|--------|----------|----------|----------|--------------|---------------|
| Racimo    | Mano del | dedos  | dedo 2da | dedo 2da | dedo 2da | pulpa de los | casaca de los |
| Kg/Planta | racimo   | racimo | mano     | mano     | mano     | dedo         | dedo          |
|           |          |        | cm       | cm       | g        | g            | g             |
| 13,22     | 6        | 32     | 31,2     | 49       | 329      | 230          | 99            |
| 13,2      | 6        | 32     | 31,00    | 48       | 331      | 234          | 100           |
| 12,56     | 5        | 31     | 31,3     | 49       | 328      | 230          | 98            |
| 13,18     | 6        | 31     | 30       | 51       | 329      | 230          | 99            |
| 13,16     | 6        | 32     | 31,3     | 50       | 332      | 233          | 99            |
| 12,96     | 6        | 32     | 30,00    | 49       | 331      | 234          | 97            |
| 13,15     | 6        | 31     | 31,4     | 51       | 330      | 235          | 95            |
| 12,86     | 6        | 32     | 31,3     | 49       | 330      | 231          | 99            |
| 12,27     | 6        | 31     | 31,1     | 50       | 331      | 234          | 97            |
| 12,9      | 6        | 31     | 31,2     | 52       | 331      | 233          | 98            |
| 13,26     | 5        | 31     | 31,2     | 51       | 332      | 236          | 96            |
| 13,1      | 6        | 32     | 31,1     | 51       | 332      | 235          | 97            |
| 13,24     | 6        | 31     | 31,8     | 50       | 330      | 231          | 99            |
| 13,29     | 6        | 32     | 31,7     | 50       | 329      | 230          | 99            |

|       |   |    |      |    |     |     |    |
|-------|---|----|------|----|-----|-----|----|
| 12,96 | 6 | 31 | 31,5 | 50 | 328 | 231 | 97 |
|-------|---|----|------|----|-----|-----|----|

**Fuente:** Dirección Provincial de la Agricultura

### **Peso del Racimo Kg.**

Como se puede apreciar claramente en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al peso del racimo se observar que el testigo (Bloque II) peso 2.01 kg menos que el del compost (Bloque III) y que peso 3.8 kg menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV) peso 1.79 kg más que el del Compost (Bloque III) esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el peso del racimo, (Pérez Vicente, L 1999)

### **El número de Manos**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al número de manos no se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 0.07 manos menos que el del compost (Bloque III) y que el testigo (Bloque II) tiene 0.34 unidades menos que el del Compost + Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 0.27 manos más que el Compost (Bloque III), esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el número de manos del racimo, (Pérez Vicente, L 1999)

### **Numero de dedos del Racimo**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al número de dedos del racimo se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 0.87 dedos menos que el del compost (Bloque III) y que el testigo (Bloque II) tiene 4.6 dedos menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 3.74 dedos más que el Compost (Bloque III), esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el número de dedos del racimo, (Pérez Vicente, L 1999)

### **Longitud de los dedos 2da Mano cm**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al largo de dedos en la segunda mano se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 1.89 cm menos que el del compost (Bloque III), y que el testigo (Bloque II) tiene 5.81 cm menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 3.92 cm más que el Compost (Bloque III), esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el largo del dedo del racimo (Pérez Vicente, L 1999).

### **Grosor de los dedos 2da mano cm**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al grosor de dedos en la segunda mano se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 0.34 cm menos que el del compost (Bloque III) y que el testigo (Bloque II) tiene 0.85 cm menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 0.51 cm más que el Compost (Bloque III), esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el grosor del dedo del racimo (Pérez Vicente, L 1999).

### **Peso de los dedos 2da mano g**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al peso de los dedos en la segunda mano se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 2.27 g menos que el del compost (Bloque III), y que el testigo (Bloque II) tiene 16.34 g menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 14.07 g más que el Compost (Bloque III), esto corrobora lo que se planteó anteriormente que son directamente proporcional el número de hojas con el peso de los dedos del racimo (Pérez Vicente, L 1999).

### **Peso pulpa de los dedos 2da mano g**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al peso de la pulpa de los dedos en la segunda mano se puede observar claramente que el testigo (Bloque II) tiene 3.73 g menos que el del compost (Bloque III), y que el testigo (Bloque II) tiene 21.47 g menos que el del Compost+ Zeolita (Bloque IV), también se aprecia que el Compost+ Zeolita (Bloque IV) tiene 17.74 g más que el Compost (Bloque III). (Dirección Provincial de Suelos de Artemisa 2018)

### **Peso cáscara dedos 2da mano g**

Como se puede apreciar en las tablas 10,11 y 12 correspondiente al peso de la cáscara de los dedos en la segunda mano, se puede observar claramente que la cáscara del testigo (Bloque II) pesa 1.46 g más que la cáscara del compost (Bloque III), y que la cáscara del testigo (Bloque II) pesa 4.93 g más que la cáscara del Compost+ Zeolita (Bloque IV) igualmente también se aprecia que la cáscara el compost (Bloque III) tiene 3.47 g más que la cáscara del Compost+ Zeolita (Bloque IV). (Dirección Provincial de Suelos de Artemisa 2018)

### **4.5 Análisis Económico de los tratamientos**

Aplicando Test de normalidad Ryan- Joiner

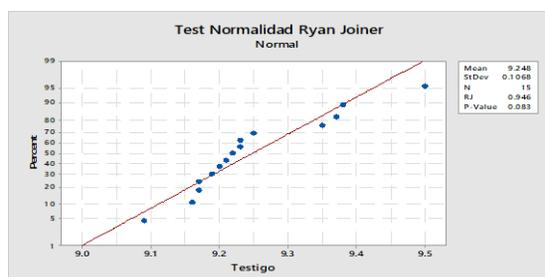


Gráfico 1. Test normalidad Ryan Joiner del Testigo  
Fuente de elaboración. Pérez Jacinto, O. 2015.

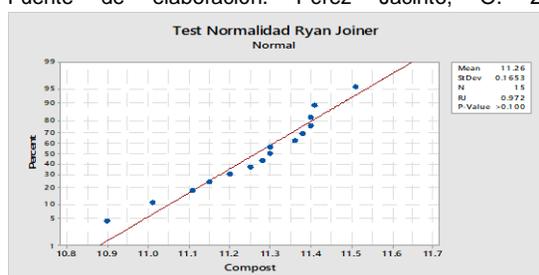
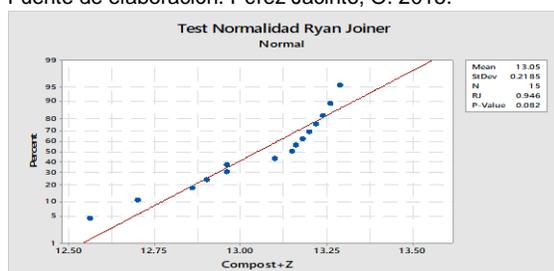
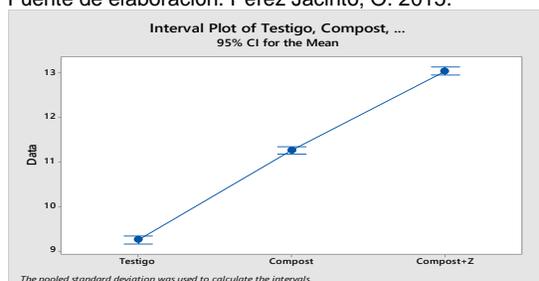


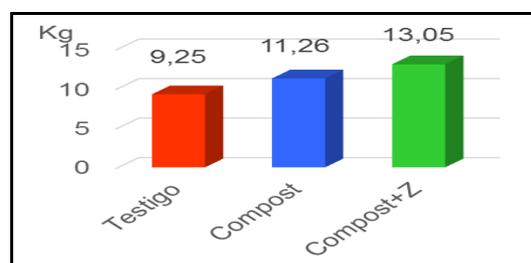
Gráfico 2. Test normalidad Ryan Joiner del Compost  
Fuente de elaboración. Pérez Jacinto, O. 2015.



Graf 3. Test normalidad Ryan Joiner del Compost – Zeolita  
Fuente de elaboración. Pérez Jacinto, O. 2015.



Graf 4. Test normalidad Ryan Joiner del Testigo, Compost y Compost-Zeolita  
Fuente de elaboración. Pérez Jacinto, O. 2015.



Fuente: Dirección Provincial de la Agricultura  
Graf 5. Análisis del peso promedio de las 15 plantas de cada tratamiento

En los parámetros de Producción se muestra que el compost con zeolita supera en 3.8 kg /planta al testigo, lo cual demuestra el efecto del mineral en el mejoramiento del proceso del compostaje

### CONCLUSIONES

1. Se puede sembrar el plátano Macho AAA sin la incorporación de la Nitrato (34-0-0) solo incorporando Compost o Compost + Zeolita a razón (15-5), a 20 kg por plantón sin afectar sus rendimientos.
2. El peso del racimo promedio del Compost+ Zeolita con respecto al testigo es de 3.8 kg, con respecto al compost es de 1.79 kg y del compost con respecto al testigo de 2.01 kg.
3. Se encontraron mayores contenidos de nutrientes en los materiales orgánicos evaluados en residuos animales, en relación a los vegetales. Estos se incrementaron con el uso de la zeolita.
4. El aporte de nutrientes de las zonas de estudio del compost ascienden a 420 tde N, 410 t de  $P_2O_5$  y 800 t de  $K_2O$ , lo que representa un aporte promedio de más de 32 millones 804 USD.

### RECOMENDACIONES

1. Extender la incorporación de compost + Zeolita a todas las áreas de plátano Macho (AAA) sobre Suelo Ferralítico Rojo a las dosis recomendadas.
2. Evaluar la incorporación de compost + Zeolita a todas las áreas de plátano Macho (AAA) a otros tipos de Suelos y a las dosis recomendadas.
3. Evaluar la incorporación de compost + Zeolita a todas las áreas de plátano en todos los tipos de Suelos y a las dosis recomendadas.

### REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS.

3. Arias, E. Martínez. F., Morales, A., García. C: Manual de Procedimiento de Abonos Orgánicos. ACTAF pp. 1- 27. La Habana 2008
4. Castillo, A., E. Quarin., S.H., Iglesias: Vermicompost chemical and physical characterization from raw and mixed organic Wastes. Agricultura Técnica 60: 74 – 79, 2000.
5. Díaz, E: La caracterización de sustratos .Memoria VI congreso iberoamericano para el desarrollo y

aplicación en la agricultura (eds. CICALPA 2004). Memorias, Santa Fe de Bogotá, pp 8 – 10, 2004.

6. Dirección Provincial de Suelos de Artemisa 2010. Archivo de datos estadístico del año.

7. Dirección Provincial de Suelos de Artemisa 2013. Archivo de datos estadístico por año

8. Dirección Provincial de Suelos de Artemisa 2018. Archivo de datos estadístico del año.

9. Funes- Monzote, F. Fertilidad del suelo a largo plazo en sistemas biointensivos. *LEISA*. 24 (2): 9 – 12, 2008.

10. Gandarilla J.: Uso del humus de lombriz en los principales suelos y cultivos de Cuba Trabajo presentado al CITMA en opción al premio anual según la resolución 24/ 98 Dirección Provincial de Suelos, pp: 16 – 22, 1999.

11. García, S: Mitigación del Impacto Ambiental que generan los residuos sólidos del beneficio de café a partir de la producción de abonos orgánicos. 2012. En el

sitio [www.Cubasol.en/biblioteca.icrt./index.php/component\\_consultado\\_dic.2014](http://www.Cubasol.en/biblioteca.icrt./index.php/component_consultado_dic.2014)

12. He A.; Villa, N.; Fourtul, G. y Cruz, J. D. L. “Niveles de giberelinas endógenas y elementos minerales durante la transición floral en plátano (*Musa AAB*) cv Hartón”. *Revista de la Facultad de Agronomía*, vol. 29, no. 1, 2002, ISSN 0378-7818, [Consultado: 7 de enero de 2016], Disponible en: <http://www.produccioncientifica.luz.edu.ve/index.php/agronomia/article/view/12541>

13. Martín Rodríguez, D. 2006 Indicadores para evaluar la calidad del Suelo. Posibilidades de empleo para evaluación de la sustentabilidad.

14. Martínez, F., Calero, B, Nogales, R., Rovesti L: Lombricultura Manual Práctico Ciudad de La Habana, 100 pp. Eds. Calero B y Rovesti, L (2003).

15. Meléndez, G. Indicadores químicos de calidad de abonos orgánicos. En: Abonos orgánicos: Principios, características e impacto en la agricultura. Ed. Meléndez, G. San José. Costa Rica. pp. 50 – 63, 2003.

16. Morales, A. Efecto del empleo de residuales sólidos orgánicos convencionales y no convencionales en la población de *Eisenia foetida* durante el proceso de lombricultura. Tesis en Opción

al Grado de Máster en Ciencias del Suelo. Universidad Agraria de la Habana, UNAH, 2008.

17. NC 51. Calidad del suelo. Análisis químico. Determinación del porcentaje de materia orgánica. 1999.

18. NC 52. Calidad del suelo. Determinación de las formas móviles de fósforo y potasio. 1999.

19. Peña, E., Carrión, M., Martínez, F., Rodríguez, A., Campanioni, N: Manual para la producción de abonos orgánicos en la agricultura urbana. Edición. INIFAT. 20012 PP 14- 58, 2004.

20. Pérez Jacinto, O. 2015 Conferencia: Software de procesamiento de para determinar el grado de coherencia en sistemas y procesos complejos y dinámicos. ISBN 978-959-18-1099-1

21. Pérez Vicente, L.: Manejo integrado de plagas en el Banano y Plátano en Cuba. En taller Regional, FAO, 1999.

22. PNCMS: Programa Nacional de Mejoramiento y Conservación de Suelos. Instituto de Suelos. AGROINFOR, Agencia de Información y Comunicación para la Agricultura. La Habana. 39 p, 2001.

23. Soca, M., Alaga, D.: Utilización de la zeolita en el cultivo del plátano. En VII Congreso de Suelo de la Sociedad Cubana de la Ciencia del Suelo. Resúmenes. Pp. 165. (CD-Rom), 2010.

21. Soca, M., Alaga, D.: Utilización de la zeolita en el cultivo del plátano. Balance anual de Suelos, 2013.

24. Soto, G y Meléndez, G: Compost, abono o enmienda. ¿Cómo medir la calidad de un compost. In: G. Soto. G. Menéndez (eds.) Taller de Abonos Orgánicos. San Pedro, Costa Rica, 15 p, 2003.

25. Soto, G: Abonos Orgánicos: El proceso de compostaje. In: G. Soto. G. Menéndez (eds.) Taller de Abonos Orgánicos. CATIE/ETZ/CIA/CANIAN/. San Pedro, Costa Rica, 27 p, 2003.

26. Sotos, M: Abonos orgánicos (Editor Meléndez, G) San José Costa Rica pp. 20 – 49, 2003.

27. Vilchez, E., Núñez, E.: Caracterización de Vermicompost a partir de diferentes sustratos en *Eisenia foetida* (Lombriz roja californiana), pp 1-15 2000.



**EDUCACIÓN**  
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA



Secretaría  
de Educación  
Gobierno de Puebla



TECNOLÓGICO NACIONAL DE MÉXICO

# CONVOCATORIA

**CIIM 2020**



REVISTA DE INVESTIGACIÓN - VOL. 17 - ENERO - FEBRERO 2020 ISSN 24489131

# INCAING

INVESTIGACIÓN Y CIENCIA APLICADA A LA INGENIERÍA

EDICIONES DIGITALES:

[www.incaing.com.mx](http://www.incaing.com.mx)

CORREO PARA DIRECCIÓN DE TRABAJOS:

[revistaitssna@gmail.com](mailto:revistaitssna@gmail.com)

TELÉFONOS:

238 1306807

ING. SOCORRO MACEDA DOLORES

RESPONSABLE EDITORIAL