

Metodología para realizar la aplicación de tiro parabólico

Norma Nélide Morfín Maldonado¹, Luis Gabriel González Vázquez^{2*}, Talía Castillo Hernández³, Nancy María Aguilar Hernández⁴, Herman Cancino Moreno⁵. Tecnológico Nacional de México/Instituto Tecnológico de Cd. Guzmán Departamentos de Industrial^{1,2,3,4}, Ciencias básicas⁵.

Resumen - Esta investigación presenta la metodología utilizada para desarrollar una aplicación de tiro parabólico. En una primera etapa se identificaron cinco casos comunes que se plantean en libros de dinámica, los cuales fueron caracterizados mediante análisis algebraicos detallados. Posteriormente, se diseñó una interfaz gráfica en CorelDRAW y se programó en Visual Studio. La aplicación resultante se utilizó para resolver varios ejercicios, y se compararon los resultados indicados por el libro con los generados por la computadora. Se encontró que los resultados son idénticos hasta las centenas, lo que demuestra la precisión y confiabilidad de la aplicación desarrollada.

Índice de Términos - Aplicación educativa, Física, Metodología, Tiro parabólico.

Abstract - This research presents the methodology employed to develop a parabolic projectile application. In the initial stage, five common scenarios found in dynamics textbooks were identified and characterized through detailed algebraic analysis. Subsequently, a graphical interface was designed using CorelDRAW and programmed in Visual Studio. The resulting application was used to solve various exercises, and the results were compared to those provided by textbooks. It was observed that the results closely matched down to the hundreds, demonstrating the precision and reliability of the developed application.

Keywords - Educational application, Physics, Methodology, Parabolic projectile.

I. INTRODUCCIÓN

La física es una ciencia que investiga de manera sistemática los fenómenos naturales, buscando encontrar las leyes básicas que los gobiernan [1]. Se divide en dos ramas: la física clásica, que a su vez se subdivide en mecánica, acústica, termodinámica, óptica y electromagnetismo; y la física moderna, que consta de la física atómica y nuclear [2]. Para abordar el tiro parabólico, es importante mencionar que este tema pertenece a la dinámica, la cual se define como la rama de la física encargada del estudio de los cuerpos en movimiento [3], y surge de la mecánica del cuerpo rígido. En las ferias profesionales, una pregunta recurrente que hacen los estudiantes de nivel superior es: ¿requiere muchas matemáticas, física y química? Sin embargo, es importante destacar que el estrés y la preocupación de los estudiantes provienen de su percepción [4]. Es crucial explicarles que existen diversas metodologías de aprendizaje, como la aplicación de tutoriales, con el fin de mejorar su experiencia educativa [5], y programas de asesoría y tutoría, adaptándose a las nuevas realidades [6]. Para desarrollar la aplicación, se llevó a cabo una investigación en libros de mecánica vectorial para ingenieros, especialmente aquellos más comúnmente utilizados en niveles superiores. Cada caso se caracterizó mediante las ecuaciones de movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.) y movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.A.). Se diseñó una interfaz en CorelDRAW y se programó en Visual Studio. Finalmente, se procedió a validar la funcionalidad de la aplicación resolviendo ejercicios.

II. METODOLOGÍA

A. ¿Qué es el tiro parabólico?

El tiro parabólico es un movimiento compuesto resultante de la combinación del M.R.U. y M.R.U.A. [7], los cuales se caracterizan por mantener constante la velocidad y la aceleración respectivamente. Para fines de este estudio, despreciamos la resistencia del aire [8].

Movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U.):

El M.R.U. se define por la igualdad de distancias recorridas en intervalos de tiempo iguales, lo que implica una velocidad constante. Se representa mediante la ecuación (1) [3], [8].

$$X = X_0 + V_{0x}t \quad (1)$$

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (M.R.U.A.):

En el MRUA, la aceleración es constante, y la gravedad actúa en la dirección del desplazamiento. Por lo tanto, las condiciones de velocidad y aceleración pueden ser positivas o negativas [3], [9]. Este movimiento se describe mediante las ecuaciones (2), (3) y (4), [3], [8].

$$V_y = V_{0y} + gt \quad (2)$$

$$Y = Y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (3)$$

$$V_y^2 = V_{0y}^2 + 2g(Y - Y_0) \quad (4)$$

En la Tabla 1 se muestra el significado de cada una de las variables del M.R.U. y M.R.U.A.

Tabla 1. Representación de las variables del M.R.U. y M.R.U.A.

Variable	Representa	Unidad	
		Sistema internacional	Sistema ingles
X_0	Posición inicial en el eje x	m	ft
X	Posición final en el eje x	m	ft
Y_0	Posición inicial en el eje y	m	ft
Y	Posición final en el eje y	m	ft
t	Tiempo	s	s
V_{0y}	Velocidad inicial en el eje Y	m/s	ft/s
V_y	Velocidad final en el eje Y	m/s	ft/s
g	Aceleración gravitacional	m/s ²	ft/s ²

El tiro parabólico de forma gráfica se representa mediante la Figura 1 [9],

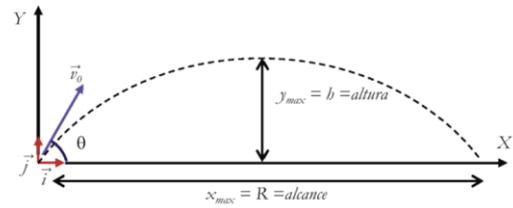


Fig. 1. Trayectoria del movimiento parabólico

B. Casos de estudio de tiro parabólico

Se identificaron cinco casos comunes de tiro parabólico, solo se presenta el procedimiento para el caso V.

Caso I. Determine la velocidad oblicua inicial

En este caso, se busca determinar el tiempo de vuelo "t", la magnitud de la velocidad inicial "V₀", la velocidad final "V_f", y el ángulo "β" de impacto. Los datos proporcionados incluyen las posiciones iniciales y finales en los ejes X e Y, así como el ángulo α. Como se muestra en la Figura 2

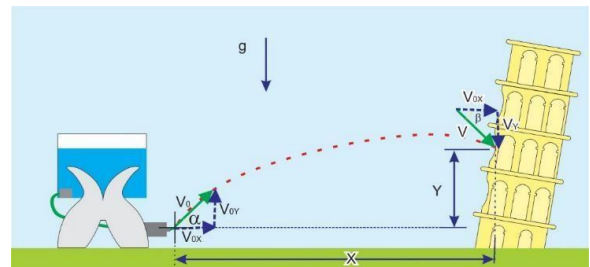


Fig. 2. Caso I encuentre la velocidad inicial oblicua

Caso II. Determine la velocidad inicial

En este caso, se busca determinar la velocidad inicial "V₀" en el punto más alto de la trayectoria, donde la componente inicial de la velocidad en "V_{0y}" es cero, además del tiempo "t", la velocidad final "V_f", y el ángulo "β". Los datos proporcionados son las posiciones en los ejes horizontal y vertical "X e Y". Como se muestra en la Figura 3

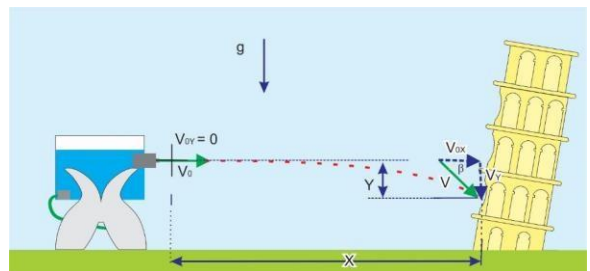


Fig. 3. Caso II encuentre la velocidad inicial

Caso III. Determine el desplazamiento horizontal

Aquí, se busca calcular la posición final en el eje horizontal "X", el tiempo "t", y la velocidad final "V_f", junto con el ángulo "β". Los datos incluyen la velocidad inicial "V₀" con su respectivo ángulo "α", y la posición final en el eje vertical "Y". Como se muestra en la Figura 4

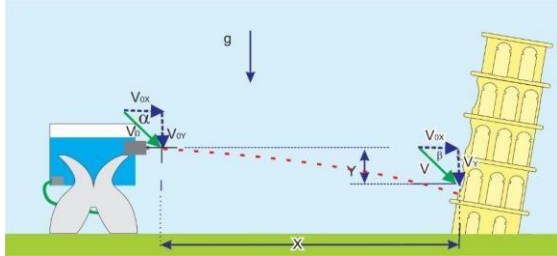


Fig. 4. Caso III encuentre el desplazamiento máximo horizontal

Caso IV. Determine la distancia vertical

En este caso, se pretende calcular la posición final en el eje vertical "Y", el tiempo "t", y la velocidad final "V_f". Los datos proporcionados son la velocidad inicial "V₀" con su respectivo ángulo "α" y la posición final en el eje horizontal "X". Como se muestra en la siguiente Figura 5

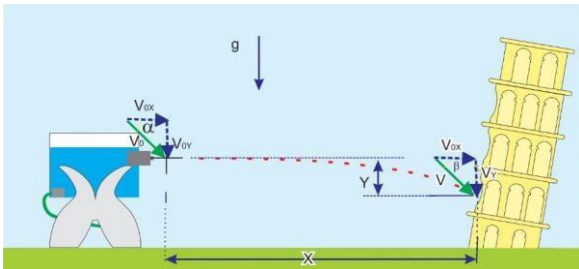


Fig. 5. Caso IV determine la distancia vertical

Caso V. Determine el ángulo

Aquí, se busca calcular el ángulo "α", el tiempo "t", y la velocidad final "V_f". Los datos proporcionados son la velocidad inicial "V₀" y las posiciones finales en los ejes vertical y horizontal "X y Y". Como se muestra en la siguiente Figura 6

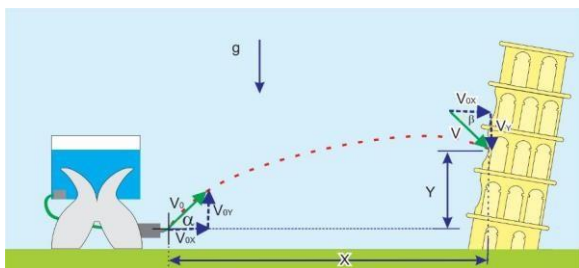


Fig. 6. Caso V determine el ángulo α

C. Caracterización del caso V

Para caracterizar cada caso, se utilizaron métodos algebraicos basados en las ecuaciones del MRU y MRUA. A continuación, se presenta el procedimiento para obtener las ecuaciones del caso V.

Descomposición de la velocidad inicial:

La velocidad inicial se descompone en sus componentes horizontal y vertical, como se muestra en la Figura 7.

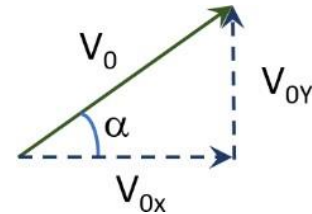


Fig. 7. Descomposición vectorial de la velocidad

Componente vertical de la velocidad inicial (V_{0Y})

La función trigonométrica seno se utiliza para encontrar la componente vertical de la velocidad inicial:

$$\text{Sen}\alpha = \frac{C.O.}{H.} = \frac{V_{0Y}}{V_0} \tag{5}$$

Al despejar la componente vertical (V_{0Y}) en Y, se obtiene:

$$V_{0Y} = V_0 \text{Sen}\alpha \tag{6}$$

Componente horizontal de la velocidad inicial (V_{0X}), se obtiene:

La función trigonométrica coseno se utiliza para determinar la componente horizontal de la velocidad inicial:

$$\text{Cos}\alpha = \frac{C.A.}{H.} = \frac{V_{0X}}{V_0} \tag{7}$$

Al despejar la componente horizontal (V_{0X}) en X, se obtiene:

$$V_{0X} = V_0 \text{Cos}\alpha \tag{8}$$

Cálculo del tiempo (t):

La ecuación 1 se utiliza para describir el MRU, y la posición inicial en X se omite, ya que se considera que el movimiento comienza desde ese punto. Al despejar t, se obtiene:

$$t = \frac{X}{V_{0X}} \tag{9}$$

Cálculo de la posición vertical (Y):

Para calcular Y en este caso, se utiliza la ecuación 3. La posición inicial en Y se omite, ya que se considera que el movimiento comienza desde ese punto.

$$Y = Y_0 + V_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (10)$$

Al omitir a Y_0 y sustituir la ecuación 8 en la anterior obtenemos

$$Y = V_0 \text{Sen} \alpha t + \frac{1}{2}gt^2 \quad (11)$$

Al sustituir la ecuación 9 en la ecuación 11

$$Y = V_0 \text{Sen} \alpha \left(\frac{X}{V_0 \text{Cos} \alpha} \right) + \left(\frac{1}{2} \right) g \left(\frac{X}{V_0 \text{Cos} \alpha} \right)^2 \quad (12)$$

Simplificación de la ecuación:

Simplificando la ecuación anterior, llegamos a una ecuación cuadrática:

$$-gX^2 \text{Tang}^2 \alpha - 2V_0^2 X \text{Tang} \alpha + 2V_0^2 Y - gX^2 \quad (13)$$

Resolviendo la ecuación cuadrática, obtenemos dos soluciones para el ángulo (α):

$$\alpha = \text{Tang}^{-1} \frac{2V_0 X \pm \sqrt{4V_0^2 X^2 + 8gX^2 V_0 Y - 4g^2 X^4}}{-2gX^2} \quad (14)$$

Cálculo de la componente de la velocidad final en $Y(V_{FY})$:

$$V_y = V_0 \text{Sen} \alpha + gt \quad (15)$$

D. Diseño de Interfaz

La interfaz se diseñó utilizando CorelDRAW, un software de diseño gráfico profesional [10], que permite realizar dibujos, maquetación de páginas para impresión y publicación web, entre otras funciones [11]. La Figura 8 muestra el diseño general de la interfaz.

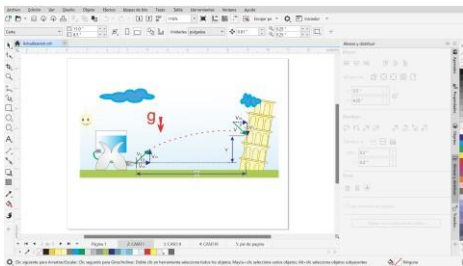


Fig. 8. Diseño de interfaz en CorelDraw

La Figura 9 muestra el diseño de la interfaz para el caso I

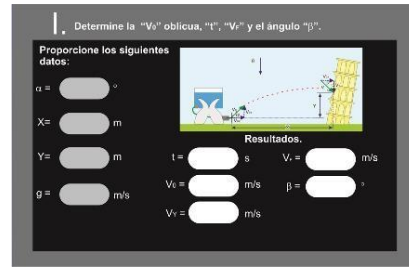


Fig. 9. Interfaz del caso I

La Figura 10 muestra el diseño de la interfaz para el caso II

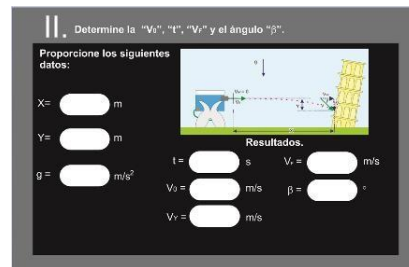


Fig. 10. Interfaz del caso II

La Figura 11 muestra el diseño de la interfaz para el caso III

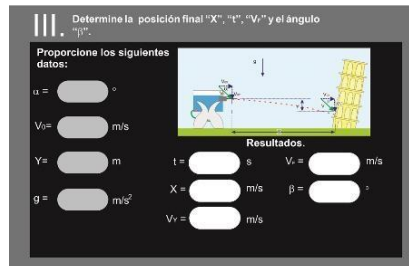


Fig. 11. Interfaz del caso III

La Figura 12 muestra el diseño de la interfaz para el caso IV

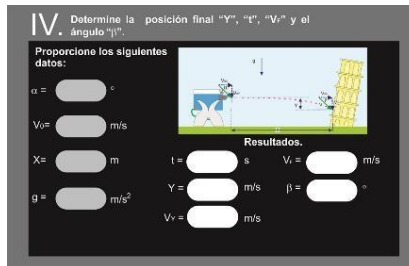


Fig. 12. Interfaz del caso IV

La Figura 13 muestra el diseño de la interfaz para el caso V

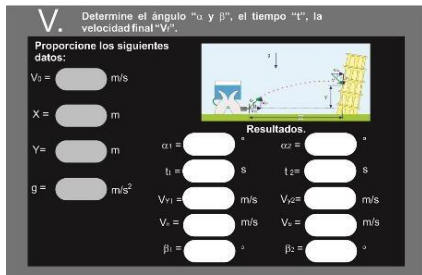


Fig. 13. Interfaz del caso V

E. Programación en Visual Studio

La programación de las ecuaciones se realizó en Visual Studio, incorporando las imágenes de fondo diseñadas en CorelDraw. Las Figuras 14 y 15 representan el entorno de programación utilizado para implementar las ecuaciones obtenidas en los casos de estudio.

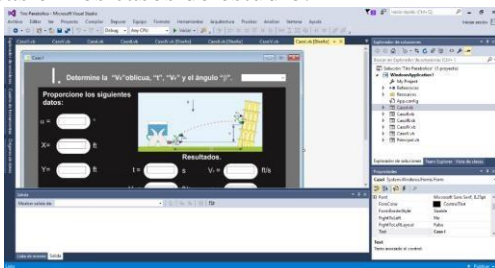


Fig. 14. Programación del tiro parabólico

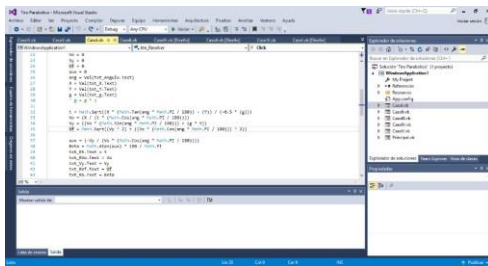
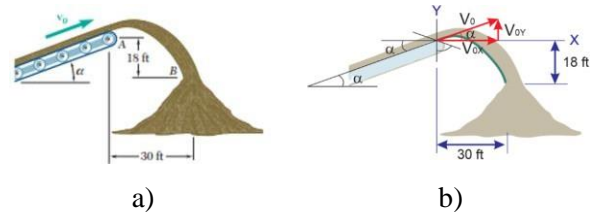


Fig. 15. Programación de caso I

III. RESULTADOS

Para hacer uso del software es importante considerar que se hace uso de la convención de signos en el eje de las Y es positivo hacia arriba y negativo para abajo, en tanto que en el eje X es positivo en el sentido que va el desplazamiento. Se resolverá cada uno de los ejercicios utilizando el software y comparando los resultados con los proporcionados por el libro.

CASO I. obtenemos los datos del ejemplo 11.105 [3] Mediante una banda transportadora se descarga arena en A y cae en la parte superior de un montículo en B. Si se sabe que la banda transportadora forma un ángulo $\alpha = 20^\circ$ con la horizontal, determine la velocidad V_0 de la banda, como se muestra en la Figura 16. *Solución* 23.8 ft/s



Fuente de consulta: a) (Clausen, 2010) b)

Elaboración propia

Fig. 16. a) Ejercicio 11.105, b) Diagrama de cuerpo libre

Los datos proporcionados por el ejercicio, son los siguientes:

$$\alpha = 20^\circ, \quad X = 30 \text{ ft}, \quad Y = -18 \text{ ft}, \\ g = -32.2 \text{ ft/s}^2$$

Al finalizar de introducir los datos, se presiona el botón Resolver y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 17, los cuales son los mismos que proporciona el autor del libro.

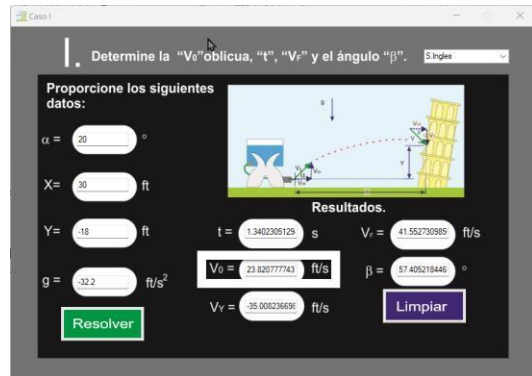
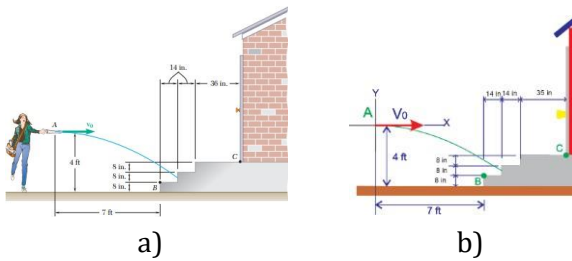


Fig. 17. Interfaz del caso I software tiro parabólico

CASO II. Obtenemos los datos del ejemplo 11.99 [3] Mientras entrega periódicos, una joven lanza uno de ellos con velocidad horizontal V_0 . Determine el intervalo de valores de V_0 si el periódico debe caer entre los puntos B y C, como se muestra en la Figura 18. *Solución* 15.38 ft/s



Fuente de consulta: a) (Clausen, 2010) b) Elaboración propia

Fig. 18. a) Ejercicio 11.99, b) Diagrama de cuerpo libre

Los datos proporcionados por el ejercicio, son los siguientes:

$$X = 7 \text{ ft}, \quad Y = -3.333 \text{ ft}, \quad g = -32.2 \text{ ft/s}^2$$

Al finalizar de introducir los datos, se presiona el botón Resolver y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 19, los cuales son los mismos que proporciona el autor del libro.

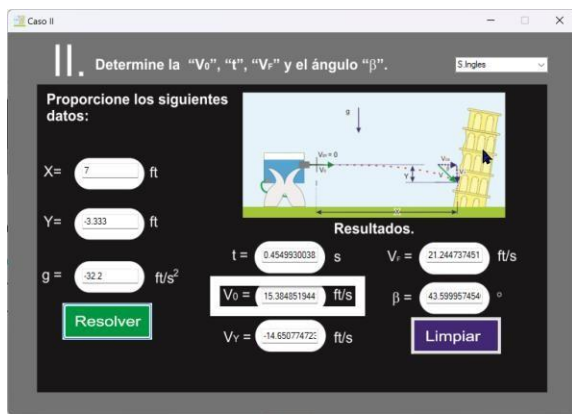
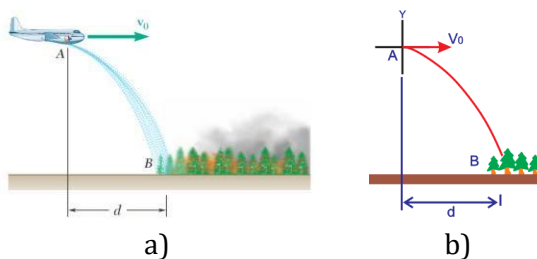


Fig. 16. Interfaz del caso II software tiro parabólico

CASO III. Obtenemos los datos del ejemplo 11.97 [3] Un avión diseñado para dejar caer agua sobre incendios forestales vuela sobre una línea recta horizontal a 315 km/h a una altura de 80 m . Determine la distancia d a la que el piloto debe soltar el agua de manera que caiga sobre el incendio en B , como se muestra en la Figura 20. *Solución 353 m*



Fuente de consulta: a) (Clausen, 2010), b) Elaboración propia

Fig. 20. a) Ejercicio 11.97, b) Diagrama de cuerpo libre

Los datos proporcionados por el ejercicio, son los siguientes:

$$\alpha = 0^\circ, \quad V_0 = 87.5 \frac{\text{m}}{\text{s}}, \quad Y = -80 \text{ m},$$

$$g = -9.81 \text{ m/s}^2$$

Al finalizar de introducir los datos, se presiona el botón Resolver y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 21, los cuales son los mismos que proporciona el autor del libro.

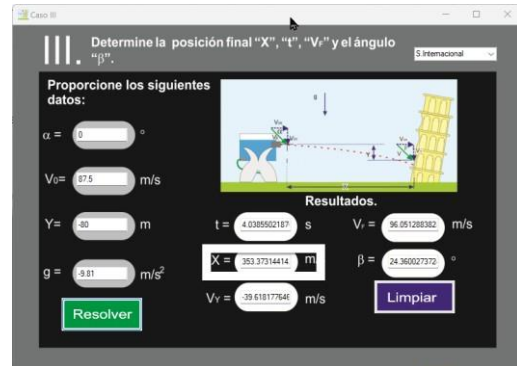
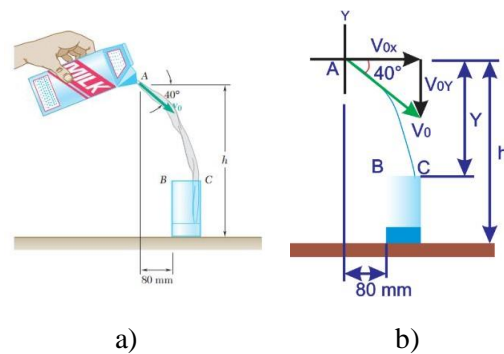


Fig. 21. Interfaz del caso III software tiro parabólico

CASO IV. Obtenemos los datos del ejemplo 11.102 [3] 11.102 Se vierte leche dentro de un vaso que tiene una altura de 140 mm y un diámetro interior de 66 mm . Si la velocidad inicial de la leche es de 1.2 m/s a un ángulo de 40° con la horizontal, determine el rango de valores de la altura h para los cuales la leche entrará en el vaso, como se muestra en la Figura 22. *Solución 0.244 m*



Fuente de consulta: a) (Clausen, 2010), b) Elaboración propia

Fig. 22. a) Ejercicio 11.102, b) Diagrama de cuerpo libre

Los datos proporcionados por el ejercicio, son los siguientes:

$$\alpha = -40^\circ, \quad V_0 = 1.2 \frac{m}{s}, \quad X = 0.080 \text{ m},$$

$$g = -9.81 \text{ m/s}^2$$

Al finalizar de introducir los datos, se presiona el botón Resolver y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 23, al resultado obtenido de la aplicación se le suma la altura del vaso, lo cual sería $-0.1042 - 0.140 = -0.2442 \text{ m}$, el cual es el mismo que proporciona el autor del libro.

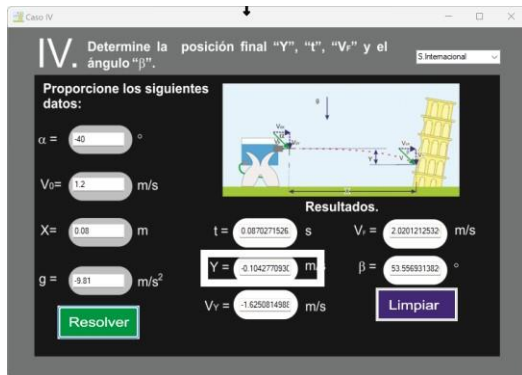
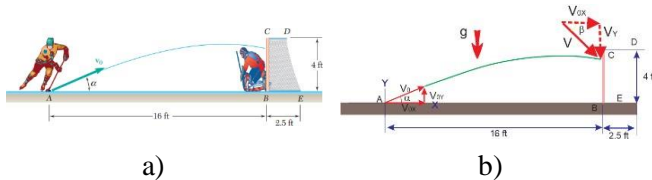


Fig. 23. Interfaz del caso IV software tiro parabólico

CASO V. Obtenemos los datos del ejemplo 11.112 [3]
 11.112 La velocidad inicial V_0 de un disco de hockey es de 105 mi/h. Determine a) el valor máximo (menor que 45°) del ángulo para el cual el disco entra en la portería, b) el tiempo correspondiente que se requiere para que el disco llegue a la portería, como se muestra en la Figura 24. *Solución a) 14.66° , b) 0.1074 s*



Fuente de consulta: a) (Clausen, 2010), b) Elaboración propia

Fig. 24. a) Ejercicio 11.112, b) Diagrama de cuerpo libre

Los datos proporcionados por el ejercicio, son los siguientes:

$$V_0 = 154 \frac{ft}{s}, \quad X = 16 \text{ ft}, \quad Y = 4 \text{ ft},$$

$$g = -32.2 \text{ ft/s}^2$$

Al finalizar de introducir los datos, se presiona el botón Resolver y los resultados obtenidos se muestran en la Figura 25, los cuales son los mismos que proporciona el autor del libro.

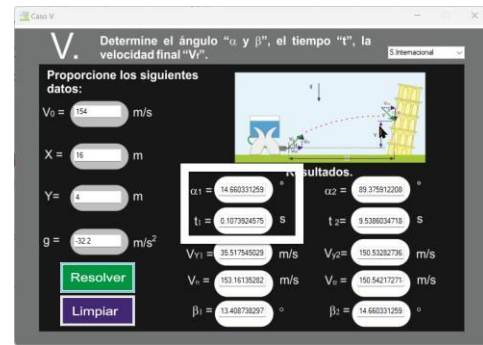


Fig. 25. Interfaz del caso V software tiro parabólico
 La comparación de los resultados obtenidos del libro con los de la aplicación, se muestran en la Tabla 2

Tabla 2. Comparación de los resultados

Caso	Resultados	
	Libro	Aplicación
I	$V_0 = 23.8 \text{ ft/s}$	$V_0 = 23.82 \text{ ft/s}$
II	$V_0 = 15.38 \text{ ft/s}$	$V_0 = 15.38 \text{ ft/s}$
III	$d = 353 \text{ m}$	$d = 353.37 \text{ m}$
IV	$h = 0.244 \text{ m}$	$h = 0.24 \text{ m}$
V	$\alpha = 14.66^\circ$ $t = 0.1074 \text{ s}$	$\alpha = 14.66^\circ$ $t = 0.10 \text{ s}$

IV. CONCLUSIONES

En resumen, esta investigación presentó una metodología para desarrollar una aplicación de tiro parabólico. Se identificaron cinco casos comunes de tiro parabólico y se caracterizaron mediante análisis algebraicos detallados. Luego, se diseñó una interfaz gráfica en CorelDRAW y se programó en Visual Studio. La aplicación resultante se utilizó para resolver varios ejercicios, y se compararon los resultados con los obtenidos manualmente. Se encontró que los resultados son idénticos hasta las centenas, demostrando la precisión y confiabilidad de la aplicación desarrollada. Esta investigación destaca la importancia del estudio de la física y el uso de metodologías de aprendizaje adaptativas para mejorar la experiencia educativa de los estudiantes. Además, resalta el papel crucial del diseño de interfaz gráfica y la programación en el desarrollo de aplicaciones educativas.

RECONOCIMIENTO

Agradecemos al Tecnológico Nacional de México por las directrices que orientas nuestros esfuerzos en bien del país y los jóvenes estudiantes. También expresamos nuestra sincera gratitud a las honorables autoridades del Instituto Tecnológico de Ciudad Guzmán, incluyendo al Director, M.C. Sergio Octavio Rosales Aguayo, y a nuestra Subdirectora Académica, Dra. María Guadalupe Sánchez

Cervantes. Su apoyo ha sido fundamental para impulsar mejoras concretas en nuestra institución, enriqueciendo la experiencia educativa de nuestros estudiantes y promoviendo el desarrollo de recursos académicos innovadores. Agradecemos también a todos los miembros del personal y estudiantes que han colaborado en este proceso. Seguiremos trabajando juntos para alcanzar metas aún más altas en el futuro.

REFERENCES

- [1] J. L. T. Diepa, *Física*. Universidad de Las Palmas de Gran Canaria. Servicio de Publicaciones y Difusión Científica, 2015. Consultado: el 9 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://elibro.net/es/ereader/itcg/57194>
- [2] H. Pérez Montiel, *Física general*. Grupo Editorial Patria, 2016. Consultado: el 6 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://elibro.net/es/ereader/itcg/40438?page=19>
- [3] B. Ferdinand, *Mecánica Vectorial Para Ingenieros Dinámica*. 2017.
- [4] S. Williams y L. Cooper, *Manejo del estrés en el trabajo: Plan detallado para profesionales*. Manual Moderno, 2004.
- [5] J. Benegas, “Tutoriales para Física Introductoria: Una experiencia exitosa de Aprendizaje Activo de la Física”, *Latin-American Journal of Physics Education*, ene. 2007.
- [6] J. J. González Padilla, “Tiro parabólico”, *Sítuate : revista digital de situaciones de aprendizaje*, 2019, Consultado: el 9 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://redined.educacion.gob.es/xmlui/handle/11162/182928>
- [7] “¿Qué es la física? y ¿Qué hace un físico? – Departamento de Física”. Consultado: el 6 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://fisica.unison.mx/descripcion/que-es-la-fisica-y-que-hace-un-fisico/>
- [8] “Ingeniería Mecánica. Dinámica : R.C Hibbeler: Amazon.com.mx: Libros”. Consultado: el 9 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: https://www.amazon.com.mx/Ingenieria-Mecanica-Dinamica-R-C-Hibbeler/dp/6073236972/ref=sr_1_3?__mk_es_MX=%C3%85M%C3%85%C5%BD%C3%95%C3%91&crd=1SNOCXAT3CSPZ&keywords=dinamica+beer+johnston&qid=1696895141&srefix=dinamica+beer+jonston%2Caps%2C270&sr=8-3
- [9] “Física : Movimiento Parabólico”, Física. Consultado: el 10 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: https://sandrafisicagomez.blogspot.com/p/movimiento_7.html
- [10] Admin, “¿Qué es CorelDraw?”, Academia de Diseño. Consultado: el 9 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://academiadedisenio.com/2020/07/04/que-es-corel-draw/>
- [11] “Software de diseño gráfico con CorelDRAW Graphics Suite”. Consultado: el 9 de octubre de 2023. [En línea]. Disponible en: <https://www.coreldraw.com/la/product/coreldraw/>